



۱- اگر A و B دو مجموعه غیر تهی باشند، مجموعه $((B \cap A) \cup (B - A)) \cap (A \cup (A \cap B))'$ همواره برابر کدام است؟

- ① $A' - B'$ ② $(A - B)'$ ③ A' ④ \emptyset

۲- مجموعه A دارای ۳۶ عضو و مجموعه B دارای ۲۸ عضو است. اشتراک آنها ۱۵ عضو دارد. اگر ۱۶ عضو از مجموعه A حذف شود، از اشتراک آنها ۹ عضو حذف می‌شود، تعداد عضوهای اجتماع مجموعه جدید با مجموعه B ، کدام است؟

- ① ۴۰ ② ۴۱ ③ ۴۲ ④ ۴۵

۳- اگر جملات چهارم و هشتم یک دنباله هندسی به ترتیب از راست به چپ برابر با ۹ و ۱۲ باشند، جمله دوازدهم این دنباله کدام است؟

- ① ۱۰۸ ② ۱۶ ③ ۳۶ ④ ۱۸

۴- اگر U مجموعه مرجع، $n(U) = ۱۲۰$ ، $n(A - B) = ۵۰$ و $n(B - A) = ۳۰$ باشد، آن‌گاه متمم مجموعه $(A \cup B) - (A \cap B)$ چند عضو دارد؟

- ① ۶۰ ② ۵۰ ③ ۴۰ ④ ۳۰

۵- در یک دنباله حسابی مجموع ۳ جمله اول ۱۵ و مجموع مربعات این ۳ جمله برابر ۹۳ است، قدر نسبت این دنباله کدام است؟

- ① ± ۳ ② ± ۲ ③ $+۵$ ④ -۷

۶- در یک دنباله هندسی با جملات مثبت، جمله اول برابر ۷ و جمله سوم برابر با جمله پنجم دنباله حسابی ۲، ۵، ۸، ... است. قدر نسبت دنباله هندسی کدام است؟

- ① ۲ ② $\sqrt{۲}$ ③ $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ④ $\frac{\sqrt{۲}}{۴}$

۷- در یک دنباله هندسی با جملات مثبت، اگر مجموع دو جمله اول دنباله هندسی نصف مجموع جملات سوم و چهارم آن باشد. قدر نسبت این دنباله کدام است؟

- ① $\sqrt{۲}$ ② ۲ ③ $۲\sqrt{۲}$ ④ ۱

۸- اگر \mathbb{R} مجموعه مرجع باشد، آن‌گاه کدام یک از روابط زیر صحیح نمی‌باشد؟

- ① $W' - Z' = \{-K | K \in \mathbb{N}\}$ ② $N' - W' = \{0\}$ ③ $Q' \cup N \subseteq W'$ ④ $Q - W \subseteq N'$

۹- در یک دنباله هندسی با جملات مثبت، حاصل ضرب جمله‌های دوم و چهارم ۱۴۴ و جمله پنجم برابر ۴۸ است، جمله ششم دنباله کدام است؟

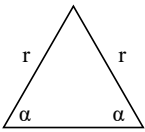
- ① ۱۴۴ ② ۹۶ ③ ۷۲ ④ ۵۲

۱۰- بین دو عدد ۱۸ و ۶۲، ده واسطه‌ی حسابی درج می‌کنیم تا یک دنباله‌ی حسابی با ۱۲ جمله حاصل شود. مجموع سه جمله سوم این دنباله چند برابر مجموع سه جمله دوم آن است؟

- ① $\frac{۶۹}{۲۰}$ ② $\frac{۲۳}{۱۷}$ ③ $\frac{۲۹}{۲۳}$ ④ $\frac{۲۹}{۱۷}$



۱ - اگر مساحت مثلث متساوی الساقین روبه‌رو برابر با $\frac{r^2}{3}$ باشد، حاصل $\sin \alpha + \cos \alpha$ کدام است؟



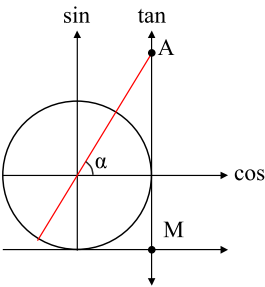
$\frac{1}{3}$ (۴)

$\frac{\sqrt{5}}{3}$ (۳)

$\frac{\sqrt{15}}{3}$ (۲)

$\frac{5}{3}$ (۱)

۲ - در دایره مثلثاتی اگر $\tan \alpha = 8$ باشد، طول پاره‌خط AM کدام است؟



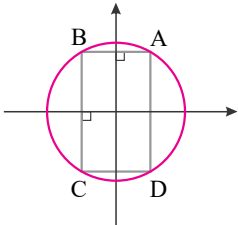
۶ (۲)

۱۲ (۴)

۳ (۱)

۹ (۳)

۳ - در شکل مقابل چهارضلعی $ABCD$ مستطیل است. اگر نقاط A, B, C, D به ترتیب انتهای کمان‌های روبه‌رو به زوایای $60^\circ, \alpha, \beta, \gamma$ باشند، حاصل $\beta + \gamma - 2\alpha$ کدام است؟ ($0 < \alpha, \beta, \gamma < 360^\circ$)



32° (۲)

36° (۴)

30° (۱)

34° (۳)

۴ - اگر $90^\circ < \alpha < 135^\circ$ و $\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = 14$ باشد، مقدار $A = \sin \alpha - \cos \alpha$ کدام است؟

$\sqrt{\frac{1}{2}}$ (۴)

$\sqrt{\frac{7}{2}}$ (۳)

$\sqrt{\frac{5}{2}}$ (۲)

$\sqrt{\frac{3}{2}}$ (۱)

۵ - اگر داشته باشیم $\cos \alpha + \cot \alpha < 0$ و $\cos^3 \alpha \cdot \cot \alpha > 0$ آنگاه انتهای کمان α در کدام ناحیه مثلثاتی قرار می‌گیرد؟

چهارم (۴)

سوم (۳)

دوم (۲)

اول (۱)

۶ - اگر $\frac{2}{\sin x} + \frac{3}{\cos x} = 0$ باشد، مقدار $\tan x - \cot x$ کدام است؟

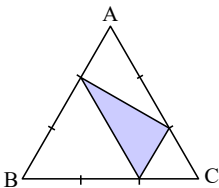
$-\frac{13}{6}$ (۴)

$-\frac{5}{6}$ (۳)

$\frac{5}{6}$ (۲)

$\frac{13}{6}$ (۱)

۷ - در شکل زیر، هر ضلع مثلث متساوی‌الاضلاع ABC را به سه قسمت مساوی تقسیم کرده‌ایم. مساحت ناحیه سایه‌زده چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟



$\frac{2}{9}$ (۲)

$\frac{4}{9}$ (۴)

$\frac{5}{12}$ (۱)

$\frac{1}{4}$ (۳)

۸ - حاصل عبارت تعریف‌شده A کدام است؟

$$A = \frac{\sin x}{1 + \cos x} + \frac{\cos x}{1 + \sin x} + \tan x + \cot x$$

$\sin x + \cos x$ (۴)

۱ (۳)

$\frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x}$ (۲)

۲ (۱)

۹ - اگر $\tan \alpha = -\frac{\sqrt{1 - \cos^4 \alpha}}{\cos \alpha}$ و $\sqrt{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{1}{\cos \alpha}$ باشد، انتهای کمان α در کدام ناحیه مثلثاتی واقع است؟

چهارم (۴)

سوم (۳)

دوم (۲)

اول (۱)

۱۰ - اگر $1 - \sin \theta = \frac{5}{4}$ و $\cot \theta \sin \theta > 0$ باشد، انتهای کمان θ در کدام ناحیه مثلثاتی قرار دارد؟

چهارم (۴)

سوم (۳)

دوم (۲)

اول (۱)



۱- حاصل عبارت $(2\sqrt{2})^3 + (3 - \sqrt{2})^3 + (-3 - \sqrt{2})^3$ کدام است؟

- ① $-6\sqrt{2}$ ② $-36\sqrt{2}$ ③ $36\sqrt{2}$ ④ $-42\sqrt{2}$

۲- معادله $3^{2x+2} - 3^{x+3} - 3^x + 3 = 0$ چند ریشه حقیقی دارد؟

- ① هیچ ② ۱ ریشه ③ ۲ ریشه ④ ۳ ریشه

۳- حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$\frac{\sqrt[4]{\sqrt[6]{6\sqrt[5]{4^3}}}}{\sqrt[4]{\sqrt[3]{\sqrt[5]{3^2^3}}}}$$

- ① $2^0 \frac{81}{16}$ ② $2^0 \frac{9}{4}$ ③ $1^0 \frac{3}{4}$ ④ $1^0 \frac{9}{2}$

۴- حاصل عبارت $(\sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{2 + \sqrt{3}}) \times \sqrt[3]{2\sqrt{2}}$ کدام است؟

- ① $\sqrt{3}$ ② ۲ ③ $1 + \sqrt{3}$ ④ $2\sqrt{3}$

۵- عبارت $\sqrt[8]{6^{15}}$ با کدام یک از گزینه‌های زیر برابر است؟

- ① $\sqrt[4]{\sqrt[5]{6^36}}$ ② $\sqrt[4]{1^0\sqrt[6]{6}}$ ③ $\sqrt[6]{\sqrt[5]{\sqrt[4]{6^{\frac{1}{3}}}}}$ ④ $\sqrt[12]{\sqrt[10]{\sqrt[3]{36}}}$

۶- اگر $\sqrt[3]{3^{m+5}} \times \sqrt[3]{2^{n+2}} = 6^{m+1}$ باشد، حاصل $m + n$ کدام است؟ $(m, n \in \mathbb{Z})$

- ① ۵ ② ۴ ③ ۳ ④ ۲

۷- از اتحاد $\frac{1}{x^3+1} = \frac{ax+b}{x^2-x+1} + \frac{c}{x+1}$ (که $x \neq -1$) کدام گزینه نتیجه می‌شود:

- ① $b+c=1$ ② $b-c=0$ ③ $2b=c$ ④ $3b=c$

۸- اگر $6a = -14$ ، $c^2 + 6a = -7$ و $b^2 + 4c = -7$ باشند، آنگاه حاصل $a^2 + b^2 + c^2$ کدام است؟

- ① ۱۴ ② ۲۱ ③ ۲۸ ④ ۳۵

۹- خلاصه شده‌ی عبارت $4^{0.75}(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})^{-1} + 9^{0.25}$ کدام است؟

- ① $\sqrt{2} - 1$ ② $1 + \sqrt{2}$ ③ $\sqrt{2}$ ④ ۱

۱۰- چه تعداد از نامساوی‌های زیر درست است؟

الف) $(0.03)^{10} > (-0.03)^{16}$ ، ب) $\sqrt[5]{0.1} > \sqrt[7]{0.1}$ ، پ) $\sqrt[4]{(-2)^4} < \sqrt[4]{(2)^4}$ ، ت) $\sqrt{0.25} > \sqrt[3]{0.125}$

- ① ۱ ② ۲ ③ ۳ ④ ۴



۱- اگر $x + y = 5$ و $xy = 6$ باشد، آنگاه حاصل $x^4 + y^4$ کدام است؟

- ۹۹ (۱) ۹۸ (۲) ۹۷ (۳) ۹۶ (۴)

۲- اگر حاصل عبارت $\sqrt[3]{\sqrt{2}} \times \sqrt[3]{2 + \sqrt{3}}^{\frac{2}{3}} \times \sqrt[3]{2 - \sqrt{3}}^{\frac{2}{3}}$ به صورت $\sqrt[3]{A}$ باشد، A کدام است؟

- $\sqrt{3} - 1$ (۱) $\sqrt{3}$ (۲) ۲ (۳) $\sqrt{3} + 1$ (۴)

۳- اگر $6^a = \frac{(\sqrt{\sqrt{3}+1})^{\frac{2}{3}} \times 27^{\frac{1}{9}} \times (\sqrt{3}-1)^{\frac{1}{3}}}{(2 \times 324^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{8}}}$ باشد، مقدار a کدام است؟

- $\frac{1}{12}$ (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) ۱ (۴)

۴- اگر $\frac{1}{\sqrt{x}} + \sqrt{x} = x - \frac{1}{x}$ و $x > 1$ باشد، مقدار $x^2 - \frac{1}{x^2}$ کدام است؟

- $3\sqrt{5}$ (۱) ۱۵ (۲) $5\sqrt{3}$ (۳) $2\sqrt{5}$ (۴)

۵- حاصل عبارت $\frac{1}{\sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{2}} - \frac{\sqrt[3]{100} - \sqrt[3]{16}}{3(\sqrt[3]{10} - \sqrt[3]{4})}$ کدام است؟

- $\frac{\sqrt[3]{20}}{3}$ (۱) $\frac{\sqrt[3]{10}}{3}$ (۲) $\frac{\sqrt[3]{25}}{3}$ (۳) $\frac{\sqrt[3]{30}}{3}$ (۴)

۶- عبارت $2x^2 + 3x - 2$ مضرب کدام یک از عبارت های زیر است؟

الف) $2x + 1$ ب) $x - 1$ پ) $2x - 1$ ت) $x + 2$

- پ و ت (۱) پ و ب (۲) الف و ت (۳) الف و پ (۴)

۷- اگر $x = \frac{\sqrt{2} - 2}{\sqrt{2}}$ باشد، حاصل $x^3 - 5x$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\sqrt{3}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) ۲ (۴)

۸- معادله $x^{x\sqrt{x}} = (x\sqrt{x})^x$ چند جواب مثبت دارد؟

- ۰ (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

۹- اگر $a = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^{\sqrt{2}+1} (\sqrt{3} - \sqrt{2})^{\sqrt{2}-1}$ باشد، a^2 برابر کدام است؟

- ۱ (۱) ۵ (۲) $5 - 2\sqrt{6}$ (۳) $5 + 2\sqrt{6}$ (۴)

۱۰- تجزیه کدام گزینه صحیح نیست؟

$x^2 + 1 = (\sqrt[3]{x^2} + 1)(x\sqrt[3]{x} + 1 - \sqrt[3]{x^2})$ (۱)

$x + \sqrt{x} - 6 = (\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 2), x \geq 0$ (۲)

$x - 1 = (\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1), x \geq 0$ (۳)

$27x^3 - 1 = (3x - 1)(9x^2 + 1 + 6x)$ (۴)



۱- یک سهمی را روی محور x ها ۲ واحد به سمت چپ و روی محور y ها ۳ واحد به سمت بالا منتقل کرده‌ایم که در انتها معادله سهمی به صورت $y = -x^2$ تبدیل شد. معادله سهمی اولیه کدام بوده است؟

$y = -x^2 + 4x - 7$ (۴) $y = -(x+2)^2 + 3$ (۳) $y = -x^2 - 3$ (۲) $y = -(x-1)^2$ (۱)

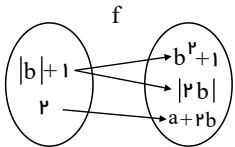
۲- رابطه‌ی $R = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{N}, 2x + y \leq 7\}$ دارای چند زوج مرتب است؟

۹ (۴) ۸ (۳) ۶ (۲) ۵ (۱)

۳- به ازای چه مقدار طبیعی k ، رابطه $x^2 + y^2 + 4x - 2y + k = 0$ تابعی بر حسب x نمی‌دهد؟

۱ (۴) ۴ (۳) ۳ (۲) ۲ (۱)

۴- اگر نمودار زیر مربوط به تابع f باشد، مقدار $a + b$ کدام می‌تواند باشد؟



۳ یا ۱ (۲) ۳ یا ۲ (۱) ۳ فقط (۴)

۵- مساحت بین دو نمودار $y_2 = -|x+2| + 3$ و $y_1 = |x+1|$ کدام است؟

۵ (۴) ۴ (۳) ۳ (۲) ۲ (۱)

۶- در تابع $f = \{(4, m+n), (1, 2m-1), (2, 3m+n), (3, m-2n)\}$ داریم $f(1) = f(2) = 5$. حاصل $f(4) + f(3)$ کدام است؟

۱۰ (۴) ۸ (۳) ۴ (۲) ۲ (۱)

۷- اگر $f(x)$ تابعی ثابت و $g(x)$ تابعی همانی باشند و بدانیم $f(x) \times g(f(x)) + 1 = 2f(g(5))$ حاصل $f(g(3)) + g(f(3))$ کدام است؟

۲ (۴) ۶ (۳) ۴ (۲) ۳ (۱)

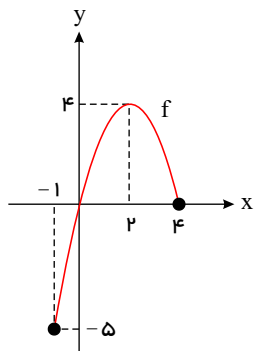
۸- اگر $f(x) = (2-x)|x| + x + \sqrt{2}$ باشد، مقدار $f(1 - \sqrt{2})$ کدام است؟

$3\sqrt{2}$ (۴) $1 + \sqrt{2}$ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

۹- اگر تابع $f(x) = \{(2, m^2+1), (m+2, 2n)\}$ همانی و تابع $g(x) = \{(2, -m), (1, 2n)\}$ ثابت باشد، حاصل $m \times n$ کدام است؟

$-\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۲) $-\frac{3}{2}$ (۱)

۱۰- اگر A و B به ترتیب دامنه و برد تابع f باشند، آنگاه مجموعه $B - A$ کدام است؟



$[-5, -1]$ (۱) $[-5, 4]$ (۲) $[-1, 4]$ (۳) $[-5, -1]$ (۴)



۱- پنج حرف از حروف کلمه *ASTRONOMY* را با جایگشت‌های متمایز در کنار هم قرار می‌دهیم. تعداد کلمه‌هایی که هر دو O در آن‌ها موجود باشد، کدام است؟

- ① ۲۱۰۰ ② ۶۰ ③ ۲۱۰ ④ ۵۴۰

۲- از تساوی $P(n, n-2) = 12$ مقدار n کدام است؟

- ① ۳ ② ۴ ③ ۵ ④ ۶

۳- از مجموعه $\{3, 4, 5, 6, 7\}$ به مجموعه $\{1, 2, 8\}$ چند تابع f می‌توان نوشت که $f(4) = 1$ و $f(5) \neq 2$ باشد و $f(6)$ و $f(7)$ متفاوت باشند؟

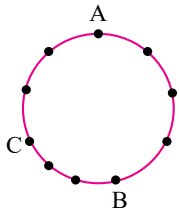
- ① ۲۴ ② ۱۶ ③ ۱۸ ④ ۳۶

۴- چند عدد ۰ ارقمی با استفاده از ارقام ۸، ۷، ۶ و ۵ وجود دارد که مجموع هر سه رقم متوالی آن زوج باشد؟

- ① 2^{10} ② 2^{12} ③ 3×2^{10} ④ 3×2^{12}

۵- n نقطه روی یک دایره قرار دارند که یکی از آن‌ها نقطه A است. تعداد مثلث‌هایی که با این نقاط می‌توان ساخت که یک رأس آن A باشد برابر ۵۵ است. چند مثلث تشکیل می‌شود که A رأس آن نباشد؟

- ① ۱۶۵ ② ۲۲۰ ③ ۲۳۰ ④ ۴۹۵



۶- از به هم وصل کردن نقاط شکل روبه‌رو چند چهارضلعی شامل ضلع AB یا AC می‌توان رسم کرد؟

- ① ۱۷ ② ۲۰ ③ ۲۷ ④ ۲۹

۷- با حروف کلمه «جهانگردی» چند کلمه ۶حرفی می‌توان نوشت به طوری که اگر حرف «ن» در کلمه باشد، حتماً کنار حرف «ج» باشد؟

- ① ۸۶۴۰ ② ۶۸۴۰ ③ ۱۰۸۰۰ ④ ۱۵۸۴۰

۸- یک کارخانه برای هر قطعه‌ی تولیدی خود یک شماره‌ی شناسه به صورت زیر می‌زند به طوری که هر ستاره بیان‌گر یک رقم غیر صفر، مربع بیان‌گر یک عدد دو رقمی با ارقام یکسان و دایره بیان‌گر یکی از حروف مجموعه‌ی $\{ا، ب، ج، د، ه، و، ز، ح، ط، ص، س، ی، ک، ل، م، ن، ه، و، ن، م، ل، ق، ط، ص، س، د، ج، ب، الف\}$ است. در این کارخانه چند قطعه می‌توان تولید کرد که شماره‌ی آن با رقم زوج شروع شود؟



- ① 56×9^5 ② 14×9^6 ③ 56×9^6 ④ 14×9^5

۹- حاصل $((0! + 1! + 0!))!$ برابر کدام است؟

- ① ۱۲۰ ② ۷۲۰ ③ ۲۴ ④ ۵۷۶۰

۱۰- با ارقام ۱ تا ۵ چند عدد چهاررقمی مضرب ۶ می‌توان ساخت؟ (بدون تکرار ارقام)

- ① ۲۴ ② ۱۸ ③ ۱۲ ④ ۶



۱- سه کتاب ریاضی و چهار کتاب شیمی و سه کتاب عربی متفاوت را کنار هم می‌چینیم، با چه احتمالی کتاب‌های ریاضی کنار هم قرار می‌گیرند؟

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{15}$ ③ $\frac{2}{9}$ ④ $\frac{5}{18}$

۲- می‌خواهیم ۸ نفر را که بین آن‌ها ۲ نفر برادرند در یک صف کنار هم قرار دهیم. احتمال آنکه بین ۲ برادر حداکثر ۲ نفر قرار بگیرند، کدام است؟

- ① $\frac{62}{84}$ ② $\frac{67}{84}$ ③ $\frac{36}{56}$ ④ $\frac{8}{15}$

۳- یک سکه سالم را حداقل چند بار پرتاب کنیم تا احتمال این که لااقل یکی از سکه‌ها رو بیاید، بیش از ۹۹ درصد باشد؟

- ① ۶ ② ۷ ③ ۸ ④ ۹

۴- ۱۰ نفر که فقط دو نفر آن‌ها باهم برادر هستند در یک صف قرار می‌گیرند، با کدام احتمال بین دو برادر یک نفر خاص به همراه دو نفر دیگر قرار می‌گیرند؟

- ① $\frac{1}{60}$ ② $\frac{1}{20}$ ③ $\frac{1}{15}$ ④ $\frac{1}{10}$

۵- از مجموعه $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ یک عدد و از مجموعه $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ یک عدد به تصادف انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال ضرب دو عدد انتخاب شده از ۳۰ بیشتر است؟

- ① $\frac{2}{13}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{3}{28}$ ④ $\frac{1}{14}$

۶- با پرتاب دو تاس کدام یک از پیشامدهای زیر نسبت به پیشامدهای دیگر ناسازگار است؟

- ① مجموع اعداد رو شده دو تاس، عددی اول و کوچک‌تر از ۶ باشد.
 ② مجموع اعداد رو شده دو تاس، عددی زوج و کوچک‌تر از ۶ باشد.
 ③ اعداد رو شده هر دو تاس، زوج و برابر باشند.
 ④ مجموع اعداد رو شده دو تاس، برابر ۶ باشد.

۷- مجموع تعداد متغیرهای کیفی ترتیبی و کمی پیوسته در بین متغیرهای زیر کدام است؟

سرعت اتومبیل - زمان مطالعه روزانه یک دانش‌آموز - رنگ چشم دانش‌آموزان یک کلاس - تعداد تماس‌های تلفنی یک فرد در هفته - دمای هوای اتاق

- ① ۲ ② ۳ ③ ۴ ④ ۵

۸- اگر فضای نمونه‌ای $S = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$ باشد و یک عدد به تصادف انتخاب کنیم، پیشامد آن که عدد انتخابی مضرب ۲ باشد ولی مضرب ۳ نباشد، چند عضو دارد؟

- ① ۳۴ ② ۴۴ ③ ۳۶ ④ ۴۶

۹- اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای باشند و $P(A) = 0.4$ ، $f(B') = 0.7$ و $P(A \cap B) = 0.2$ باشد، مقدار $\frac{P(A \cap B')}{P(A \cup B)}$ کدام است؟

- ① ۰.۶ ② ۰.۴ ③ ۰.۲ ④ ۰.۳

۱۰- ۶ حرف کلمه «گل‌پیرا» را روی ۶ گوی نوشته و داخل یک کیسه می‌ریزیم و به تصادف چهار گوی انتخاب می‌کنیم و کنار هم قرار می‌دهیم. با کدام احتمال در کلمه ساخته شده دو حرف «گ» و «ل» کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند؟

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{10}$ ④ $\frac{1}{30}$

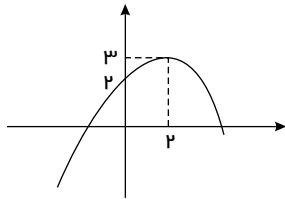


۱- در یک دنباله عددی مجموع بیست جمله اول سه برابر مجموع دوازده جمله اول آن است. اگر جمله سوم برابر ۶ باشد، جمله دهم کدام است؟

- ۳۲ (۱) ۳۴ (۲) ۳۶ (۳) ۳۸ (۴)

۲- چند جمله‌ای درجه دوم $y = (m - 1)x^2 - 4(m - 1)x + 4m + n$ همواره منفی است. مجموعه مقادیر ممکن برای n کدام است؟

- (۴, +∞) (۴) (-۴, ۱) (۳) (-∞, ۱) (۲) (-∞, -۴) (۱)

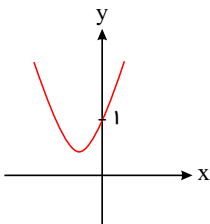


۳- نمودار تابع درجه دوم f در شکل مقابل رسم شده است. مجموع مربعات صفرهای تابع f کدام است؟

- ۸ (۱) ۱۶ (۲) ۳۶ (۴) ۳۲ (۳)

۴- مجموعه جواب معادله $|x^2 + 3x + 5| + |2x + 9| = |x^2 + x - 4|$ چند عدد صحیح منفی را شامل نمی‌شود؟

- ۲ (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) بی‌شمار (۴)



۵- حدود a کدام باشد تا نمودار تابع $f(x) = ax^2 + (3 - a)x + b$ به صورت مقابل باشد؟

- $a > 1$ (۱) $a < 3$ (۲) $0 < a < 3$ (۳) $1 < a < 3$ (۴)

۶- حدود a برای آن که معادله $|2x + 1| + |2a - 1| = 2$ جواب نداشته باشد، کدام است؟

- R (۱) $(-1, 2)$ (۲) $(-\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$ (۳) $R - [-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]$ (۴)

۷- اگر مجموعه جواب نامعادله $|x + 2| < x^2 - 4$ به صورت $\mathbb{R} - [a, b]$ باشد، $b - 2a$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)

۸- در دنباله $1, 5, 9, 13, 17, \dots$ میانگین سه جمله اول، سه جمله دوم و به همین ترتیب هر سه جمله متوالی بعدی را محاسبه می‌کنیم و اعداد به دست

آمده را پشت سر هم می‌نویسیم تا دنباله جدیدی حاصل شود. مجموع ده جمله اول دنباله جدید کدام است؟

- ۵۹۰ (۱) ۱۹۰ (۲) ۲۱۲۰ (۳) ۸۹۰ (۴)

۹- اگر جمله عمومی یک دنباله حسابی به صورت $a_n = 2n + 1$ باشد، آن‌گاه مجموع پنج جمله سوم این دنباله کدام است؟

- ۱۳۵ (۱) ۲۵۵ (۲) ۱۲۰ (۳) ۳۵ (۴)

۱۰- مجموع مجذورهای صفرهای تابع $f(x) = x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x + 2$ کدام است؟

- ۱۶ (۱) ۱۴ (۲) ۱۲ (۳) ۱۰ (۴)



۱- معادله $x = 6 - [x^2]$ چند جواب دارد؟

- ① ۲ ② ۱ ③ ۰ ④ بی شمار

۲- مجموع طول پاره‌خط‌های نمودار تابع $y = x[x]$ وقتی $1 \leq x \leq -1$ کدام است؟

- ① ۲ ② $\sqrt{2} + 1$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ ۱

۳- از معادله $[x] + [-x] = x - [x]$ کدام مقادیر برای x قابل قبول است؟

- ① ϕ ② \mathbb{R} ③ \mathbb{Z} ④ $\mathbb{R} - \mathbb{Z}$

۴- اگر $f = \{(-1, 4), (2, 3), (-1, 4m), (m+1, n-1), (5, 6), (p, n+2)\}$ تابعی یک به یک باشد، $m+n+p$ چقدر است؟

- ① ۷ ② ۸ ③ ۹ ④ ۱۰

۵- مجموعه‌های $A = \{2, 3, 7, 9\}$ و $B = \{1, -2, 8\}$ مفروض اند، چند تابع از A به B می‌توان نوشت که شامل زوج مرتب $(2, 8)$ باشند؟

- ① ۵۴ ② ۲۷ ③ ۹ ④ ۱۸

۶- اگر $f = \{(-2, 2), (-1, 3), (2\sqrt{2}, 0), (\sqrt{6}, -1), (2, 0)\}$ و $g(x) = \sqrt{4-2x}$ باشند، مجموع اعضای دامنه تابع $\frac{f}{f \circ g}$ کدام است؟

- ① ۳ ② ۱ ③ -۳ ④ -۱

۷- مجموع طول پاره‌خط‌های تشکیل‌دهنده نمودار تابع $f(x) = x - [x]$ روی بازه $[-3, 2]$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- ① ۵ ② $5\sqrt{2}$ ③ $4\sqrt{3}$ ④ ۴

۸- در تابع $f(x) = 2^{[-x]+[x]}$ حاصل $f(x) = 2^{[-x]+[x]}$ حاصل $f(0/5) + f(1) + f(1/5) + \dots + f(99/5) + f(100)$ کدام است؟ ([]، [] نماد جزء صحیح است)

- ① ۱۰۰ ② ۱۵۰ ③ ۵۰ ④ ۲۰۰

۹- اگر $[2x - 1] = 3$ باشد، $[\frac{1}{2} - 4x]$ چند مقدار متمایز می‌تواند قبول کند؟

- ① ۶ ② ۳ ③ ۴ ④ ۵

۱۰- توابع $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g = \{(1, 2), (0, 4), (5, -1), (3, -2\sqrt{2})\}$ مفروضند. مجموع اعضای برد تابع $f + 2g$ کدام است؟

- ① $4 - 3\sqrt{2}$ ② $2 - 3\sqrt{2}$ ③ $4 - \sqrt{2}$ ④ $2 - \sqrt{2}$



۱- اگر $a = \log_b^h$ ، آن گاه معادله $3^{x-a} = 2^{x^2}$ فقط یک جواب دارد. b کدام است؟

- ① $\frac{1}{3}$
 ② 3
 ③ $\sqrt{3}$
 ④ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

۲- هر گاه $7 = \log_x^{25} + \log_5^{25x^2}$ باشد، آنگاه $\log_{\frac{5}{16}}^{(x^2+3)}$ کدام می تواند باشد؟

- ① $\frac{3}{2}$
 ② $\frac{2}{4}$
 ③ $\frac{4}{3}$
 ④ $\frac{2}{3}$

۳- مجموعه جواب نامعادله $5^{x-x^2-8} < 625$ کدام است؟

- ① $1 < x < 3$
 ② $2 < x < 3$
 ③ $2 < x < 4$
 ④ $3 < x < 5$

۴- اگر حاصل عبارت $A = 2^{\frac{(\log^f \sqrt{t} - \log^g x)}{\frac{1}{2}}}$ برابر با یک باشد، آن گاه مقدار $\log_{\frac{1}{2}}^{\sqrt{t}x}$ کدام است؟

- ① $-\frac{1}{5}$
 ② $-\frac{4}{3}$
 ③ $-\frac{1}{2}$
 ④ $-\frac{3}{7}$

۵- مجموع ریشه های معادله $\frac{1}{2} \log_p x^2 + \log_p(x+1) = -2$ کدام است؟

- ① -1
 ② $-1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$
 ③ 1
 ④ $1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$

۶- اگر $\log_p^{x+1} = \log_p^{\sqrt{2}} + \log_p^{\sqrt{x-1}}$ ، آن گاه حاصل \log_p^{3x-1} کدام است؟

- ① 1
 ② $1,5$
 ③ 2
 ④ $2,5$

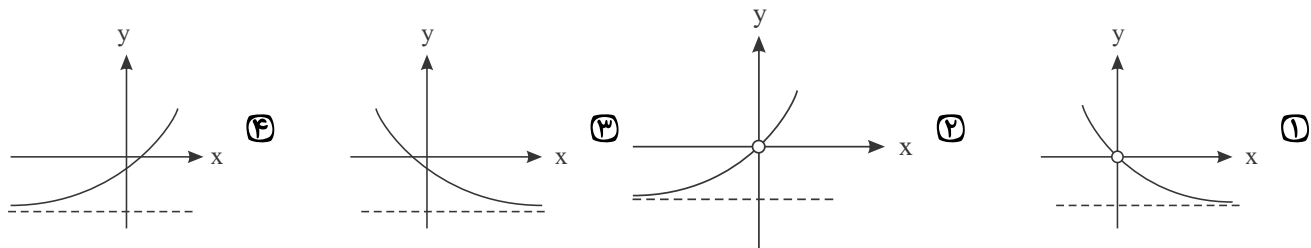
۷- رشد تعدادی باکتری به گونه ای است که هر نیم ساعت ۲ برابر می شوند. اگر ۴۰۰ باکتری را در یک ظرف بریزیم، بعد از t ساعت چند باکتری در ظرف موجود است؟

- ① 200×2^t
 ② $400 + 2^{2t}$
 ③ 400×2^{2t}
 ④ 400×2^t

۸- معادله $|\log x| + |x-2| = 4$ چند جواب دارد؟

- ① 1
 ② 2
 ③ 3
 ④ 4

۹- نمودار تابع $f(x) = \frac{4^x - 2^x - 2}{2^x + 1}$ کدام است؟



۱۰- اگر نمودار تابع $f(x) = \log_{0,5}^{(x+2)}$ را به اندازه a واحد به سمت چپ یا راست و یا به اندازه b واحد به بالا یا پایین انتقال دهیم، فقط از دو ناحیه دستگاه مختصات عبور می کند. مقدار

$|a| + |b|$ چقدر است؟

- ① 4
 ② 1
 ③ 3
 ④ 2



۱- اگر $\sin(2^\circ + \alpha) = \frac{12}{13}$ باشد، حاصل $\cos(80^\circ + \alpha)$ کدام است؟ ($0^\circ < \alpha < 70^\circ$)

$\frac{5 + 12\sqrt{3}}{26}$ (۴)

$\frac{5 - 12\sqrt{3}}{26}$ (۳)

$\frac{5\sqrt{3} + 12}{26}$ (۲)

$\frac{5\sqrt{3} - 12}{26}$ (۱)

۲- حاصل $A = \sin x(\sin x + \cos x)$ به ازای $x = \frac{\pi}{24}$ کدام است؟

$\frac{2 + \sqrt{2}}{4}$ (۴)

$\frac{2 - \sqrt{2}}{4}$ (۳)

$\frac{2 + \sqrt{6}}{4}$ (۲)

$\frac{\sqrt{6} - 2}{4}$ (۱)

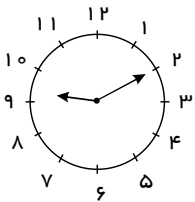
۳- زاویه بین عقربه‌های ساعت شمار و دقیقه شمار در ساعت $10:09$ چند رادیان است؟

$\frac{29\pi}{30}$ (۲)

$\frac{9\pi}{5}$ (۱)

$\frac{145\pi}{36}$ (۴)

$\frac{29\pi}{36}$ (۳)



۴- کدام مقایسه زیر صحیح است؟

$\cos 5 > \cos 6$ (۴)

$\cos 5 > \cos 4$ (۳)

$\cos 3 > \cos 2$ (۲)

$\cos 2 > \cos 1$ (۱)

۵- اگر $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{\sqrt{13}}{13}$ و $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ، آن‌گاه مقدار $\sin(\frac{3\pi}{2} - 2\alpha)$ کدام است؟

$-\frac{5}{13}$ (۴)

$-\frac{12}{13}$ (۳)

$\frac{5}{13}$ (۲)

$\frac{12}{13}$ (۱)

۶- خلاصه شده عبارت $\tan 20^\circ(1 + \cos 40^\circ)$ برابر کدام است؟

$\cos 40^\circ$ (۴)

$\cos 20^\circ$ (۳)

$\sin 40^\circ$ (۲)

$\sin 20^\circ$ (۱)

۷- حاصل عبارت $A = 2 \sin^3 \alpha \cdot \cos \alpha(1 - \cot^2 \alpha)$ به ازای $\alpha = \frac{13\pi}{24}$ کدام است؟

$-\frac{1}{4}$ (۴)

$\frac{1}{4}$ (۳)

$-\frac{1}{8}$ (۲)

$\frac{1}{8}$ (۱)

۸- در مورد تابع $f(x) = 1 - |2 \cos x|$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام گزینه زیر صحیح نیست؟

(۲) نمودار تابع ۲ بار بر محور x مماس می‌شود.

(۱) نمودار تابع ۴ بار محور x را قطع می‌کند.

(۴) نمودار $f(x)$ نسبت به خط $x = \pi$ متقارن است.

(۳) برد تابع $f(x)$ بازه $[-1, 1]$ است.

۹- اگر $\tan \theta = -\frac{5}{12}$ و θ در ربع چهارم باشد، آن‌گاه حاصل $\sin(\theta - \frac{\pi}{4})$ کدام است؟

$\frac{17\sqrt{2}}{26}$ (۴)

$\frac{7\sqrt{2}}{26}$ (۳)

$-\frac{17\sqrt{2}}{26}$ (۲)

$-\frac{7\sqrt{2}}{26}$ (۱)

۱۰- اتومبیلی در یک مسیر دایره‌ای شکل به شعاع ۱۸ متر، به اندازه 21° درجه دوران می‌کند. مسافتی که این اتومبیل طی کرده چند متر است؟

42π (۴)

42 (۳)

21π (۲)

21 (۱)



۱ - حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos x} - \sqrt{\cos 2x}}{x^2}$ کدام است؟

- ① $-\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{3}{2}$

۲ - حاصل حد $\frac{\log_2^x - \log_x^2}{\log_2^{\left(\frac{x}{2}\right)^2}}$ وقتی $x \rightarrow 2$ کدام است؟

- ① ۱ ② $\frac{1}{2}$ ③ ۲ ④ ۴

۳ - تابع باضابطه‌ی زیر در $x = \frac{1}{3}$ پیوسته است. مقدار $9c + 1$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - \frac{1}{9}}{3x - 1} & x > \frac{1}{3} \\ b & x = \frac{1}{3} \\ \left[\frac{-1}{\sqrt{3x}} \right] + c & x < \frac{1}{3} \end{cases}$$

- ① ۱۱ ② ۱۰ ③ ۲۱ ④ ۲۰

۴ - اگر $f(x) = \begin{cases} 4x + 2 & x < 1 \\ x^2 + 1 & \text{اگر} \\ 3x^2 + 6 & x \geq 1 \end{cases}$ باشد، تابع $f \circ f$ در چند نقطه ناپیوسته است؟

- ① ۰ ② ۱ ③ ۲ ④ ۳

۵ - اگر بازه $\left(2x - 1, \frac{x + 5}{x + 1}\right)$ یک همسایگی $\frac{1}{2}$ باشد، حدود x کدام است؟

- ① $\mathbb{R} - (-8, -1)$ ② $(-\infty, -9) \cup \left(-1, \frac{3}{4}\right)$ ③ $\mathbb{R} - (-9, -1)$ ④ $(-\infty, -8) \cup \left(-1, \frac{3}{4}\right)$

۶ - حد تابع $\frac{1 - |\cos x|}{|\sin x| \sin x}$ وقتی $x \rightarrow 0^-$ برابر است با:

- ① $\frac{1}{2}$ ② ۰ ③ ۱ ④ $-\frac{1}{2}$

۷ - اگر تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{a-x} & ; x \leq 2 \\ \frac{3a}{7x-5} & ; x > 2 \end{cases}$ روی \mathbb{R} پیوسته باشد، مجموعه‌ی مقادیر قابل قبول برای a کدام است؟

- ① $\{-1, 3\}$ ② $\{-1\}$ ③ $\{3\}$ ④ \emptyset

۸ - تابع $f(x) = [-x]$ در بازه $[-3, 4]$ در چند نقطه ناپیوسته است؟

- ① ۶ ② ۷ ③ ۵ ④ ۸

۹ - اگر تابع $f(x) = \begin{cases} a \left[\frac{1}{x-1} \right] & x > 0 \\ \sqrt{2} & x = 0 \\ \frac{\sqrt{1 - \cos x}}{b \sin x} & x < 0 \end{cases}$ در $x = 0$ پیوسته باشد، حاصل $a \cdot b$ کدام است؟ ([]، علامت جزء صحیح است.)

- ① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ $-\frac{\sqrt{2}}{4}$ ④ $\frac{\sqrt{2}}{4}$

۱۰ - اگر $f(x) = \begin{cases} ax^2 + x - a & x \geq 2 \\ ax + 1 & x < 2 \end{cases}$ و $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) - \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 2$ باشد، $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ کدام است؟

- ① -۱ ② ۲ ③ -۲۱ ④ ۱۰



۱- تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 - ax + 2 & x \leq 2 \\ -\sqrt{x+2} & x > 2 \end{cases}$ یک به یک است. مجموعه مقادیرهای ممکن a کدام است؟

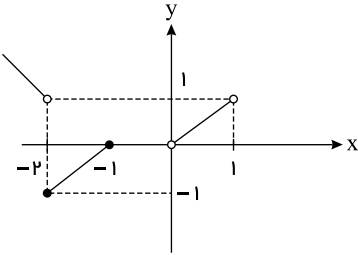
- ① $(-\infty, 4]$ ② $[-4, 4]$ ③ $(0, 4]$ ④ $\{4\}$

۲- اگر $fog(x) = x^x + 3$ و $g(x) = 1 - x$ باشد، حاصل $f^{-1}(-24)$ کدام است؟

- ① -2 ② -3 ③ 3 ④ 4

۳- نمودار تابع $y = g(x)$ به صورت زیر است. اگر $f^{-1}(x+1) = \frac{2x+2}{2x-1}$ باشد، به ازای چه مقداری از a ، $fog^{-1}(2a) = 1$ است؟

- ① $\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ -1 ④ صفر



۴- تابع $f(x) = |x^2 - 4| - x^2$ روی بازه $[a, b]$ اکیداً نزولی است. بزرگ‌ترین بازه مورد نظر کدام است؟

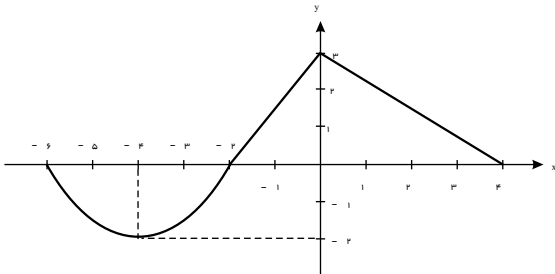
- ① $[-4, 4]$ ② $[-2, 2]$ ③ $[0, 2]$ ④ $[0, \sqrt{2}]$

۵- تابع $f(x) = 4a - \sqrt{ax - \frac{1}{2}}$ مفروض است. می‌دانیم $D_{f(x)} = [2, +\infty)$ است. بُرد تابع $y = 2f(x) + 1$ کدام است؟

- ① $(-\infty, 1]$ ② $[1, +\infty)$ ③ $(-\infty, 3]$ ④ $[3, +\infty)$

۶- نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت مقابل است. حدود k کدام باشد تا معادله $|f(2x) - 1| - k = 0$ دارای چهار ریشه باشد؟

- ① $(0, 3) - \{1\}$ ② $[0, 2]$ ③ $(0, 2) - \{1\}$ ④ $(1, 2)$

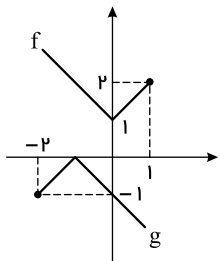


۷- اگر $f(x) = \frac{|x|}{x} \sqrt{4 - 9x^2}$ و $D_f = (-\frac{2}{3}, \frac{2}{3}) - \{0\}$ ، آن‌گاه $f^{-1}(x)$ کدام است؟

- ① $f(x)$ ② $\frac{1}{3}f(x)$ ③ $\frac{1}{3}f(3x)$ ④ $\frac{1}{3}f(\frac{x}{3})$

۸- نمودار توابع f و g به صورت مقابل است. ضابطه g برحسب f کدام است؟

- ① $1 - f(x - 1)$ ② $1 - f(1 + x)$ ③ $1 - f(-x + 1)$ ④ $1 - f(-x - 1)$



۹- باقی‌مانده تقسیم عبارت $x^8 - x^7 - 1 + (x+2)^3(x-2)^2 + x^6 - x^2$ بر $x^2 - 4$ کدام است؟

- ① 11 ② $11x$ ③ -11 ④ $-11x$

۱۰- علی برای رسم نمودار تابع $y = f(\frac{1}{3}x - 4) - x^2$ ، به اشتباه ابتدا طول تمام نقاط روی نمودار تابع f را ۲ برابر می‌کند و سپس آن را ۴ واحد به سمت راست انتقال می‌دهد. او با کدام انتقال بر روی نمودار حاصل می‌تواند اشتباه خود را اصلاح کند؟

- ① ۲ واحد به سمت راست ② ۴ واحد به سمت راست ③ ۸ واحد به سمت راست ④ ۲ واحد به سمت چپ



۱- مجموع جواب‌های معادله $2 \sin^3 x - \sin x = \cos 2x$ در بازه $[-\pi, \frac{\pi}{3}]$ کدام است؟

- ① ۰ ② $-\frac{5\pi}{4}$ ③ $-\frac{\pi}{2}$ ④ $-\frac{3\pi}{4}$

۲- اگر $\sin 4x = \sin(\alpha - \frac{\pi}{3}) + \cos(\alpha + \frac{\pi}{6})$ باشد، x برابر کدام مقدار است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

- ① $\frac{k\pi}{4}$ ② $k\pi + \frac{\pi}{4}$ ③ $\frac{k\pi}{2}$ ④ $k\pi - \frac{\pi}{4}$

۳- ساده‌شده $\frac{(-\sin x + 1 - \cos x)(\sin x + 1 + \cos x)}{(\tan x + \cot x)}$ کدام است؟

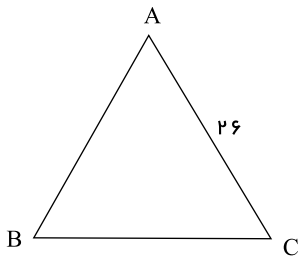
- ① $-\sin^2 x \cdot \cos^2 x$ ② $-2\sin^2 x \cdot \cos^2 x$ ③ $\sin^2 x \cdot \cos^2 x$ ④ $2\sin^2 x \cdot \cos^2 x$

۴- اگر $\sin 2x = \frac{2}{3}$ و $0 < x < \frac{\pi}{4}$ باشد، حاصل $\tan x$ چقدر است؟

- ① $\frac{\sqrt{5}-2}{2}$ ② $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$ ③ $\frac{3-\sqrt{7}}{2}$ ④ $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$

۵- در شکل مقابل، $\tan B = 2$ و $\tan A = \frac{5}{12}$ ، اندازه ضلع AB کدام است؟

- ① ۱۸ ② ۲۰ ③ ۲۲ ④ ۲۹



۶- اگر تساوی $\frac{1 - \sqrt{3} \sin 15^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{1}{\frac{k}{4} \cos 255^\circ + 1}$ برقرار باشد، مقدار k کدام است؟

- ① $\sqrt{2}$ ② $-\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ $-2\sqrt{2}$

۷- معادله $|x| + 2|\sin x| = 1$ چند جواب دارد؟

- ① صفر ② ۱ ③ ۲ ④ ۳

۸- حاصل عبارت $A = \frac{\cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 70^\circ}{\cos 10^\circ}$ کدام است؟

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{8}$ ④ $\frac{1}{16}$

۹- اگر در دو مثلث هم‌مساحت زیر داشته باشیم: $\sin \alpha = \cot \beta$ ، حاصل $\cos \alpha$ کدام است؟ ($\alpha > \frac{\pi}{2}$)

- ① $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ ② $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ ③ $\frac{1-\sqrt{5}}{4}$ ④ $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$

۱۰- اگر $f(x) = \sqrt{x - \frac{1}{2}}$ و $g(x) = \sin x \cos x$ ، دامنه تابع $(f \circ g)(x)$ کدام است؟

- ① $k\pi + \frac{\pi}{4}$ ② $k\pi$ ③ ϕ ④ $k\pi + \frac{\pi}{2}$



۱ - حاصل $\lim_{x \rightarrow 6^+} \frac{2\left(\frac{x}{2}\right) - 3\left(\frac{x}{3}\right)}{x^2 - 36}$ کدام است؟

① صفر

② ۱

③ $\frac{1}{12}$

④ وجود ندارد.

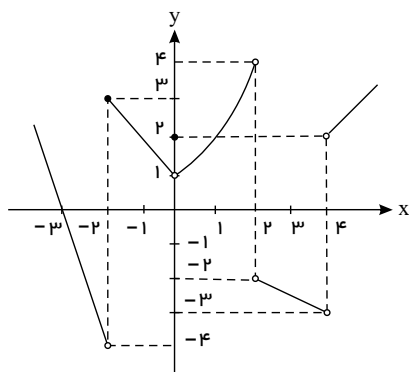
۲ - نمودار تابع f به صورت مقابل است، حاصل $\lim_{x \rightarrow 4^+} [f \circ f(x)] - \lim_{x \rightarrow 0} [f(x)] + \left[\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) \right]$ کدام است؟

① ۲

② -۲

③ ۱

④ -۱



۳ - تابع با ضابطه $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4}} + \frac{1}{\sqrt{x}} + \sqrt{x - 2}$ چند مجانب قائم دارد؟

① ۳

② ۲

③ ۱

④ ۰

۴ - اگر $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{m - [x - 1]}{\sin x - x} = +\infty$ و $m \in (a, b)$ باشد، آنگاه بیشترین مقدار $b - a$ کدام است؟

① ۲

② ۱

③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{1}{4}$

۵ - حد کسر $\frac{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\tan x}}{x\sqrt{x} + \sqrt{x}}$ وقتی $x \rightarrow 0^+$ کدام است؟

① ۲

② صفر

③ ∞

④ ۱

۶ - اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(a - 3)x^4 + bx^3 - x}{ax^3 + 6} = -4$ ، آنگاه حاصل $a + b$ کدام است؟

① ۱۵

② -۹

③ ۱۳

④ -۱۱

۷ - حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1 - x^2} \cos x}{x^2}$ کدام است؟

① ۱

② $\frac{1}{2}$

③ ۲

④ $\frac{3}{2}$

۸ - حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left[\frac{\cos x}{\log_{\frac{x}{e}} x} \right]$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است)

① $+\infty$

② -۱

③ ۱

④ صفر

۹ - a چقدر باشد تا تابع $f(x) = 2a[x - x^2] - [\sqrt{x} - x]$ در $x = 1$ دارای حد باشد؟

① ۰

② $\frac{1}{4}$

③ $\frac{1}{2}$

④ این تابع در $x = 1$ حد ندارد.

۱۰ - حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{16 + 16 \sin x \sin 5x \sin 7x}{(2x - \pi)^2}$ کدام است؟

① ۳۰۰

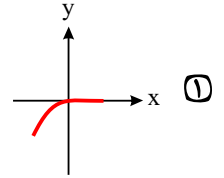
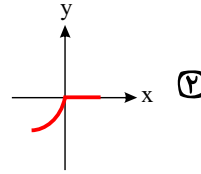
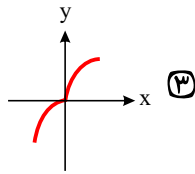
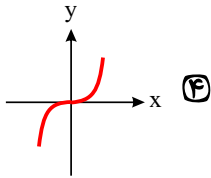
② ۲۰۰

③ ۱۵۰

④ ۲۵۰



۱- اگر $f(x) = |x[x]| \sqrt{x}$ باشد نمودار آن در اطراف $x = 0$ به کدام شکل است؟ (علامت جزء صحیح است.)



۲- اگر $f(x) = \frac{\cos^2 x}{1 + \sin^2 x}$ ، مقدار $f(\frac{\pi}{4}) - 3f'(\frac{\pi}{4})$ برابر کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۳- معادله خط قائم بر نمودار تابع $y = x\sqrt{2x-5}$ در نقطه‌ای به طول ۲ واقع بر آن کدام است؟

$y + 3x = 4$ (۴)

$y + 2x = 2$ (۳)

$y - 3x = -8$ (۲)

$2y + 3x = 2$ (۱)

۴- نمودارهای توابع $f(x) = \frac{x}{x+k}$ و $f'(x)$ هیچ نقطه مشترکی ندارند. k چند مقدار صحیح می‌تواند داشته باشد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۵- می‌خواهیم شیب خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = x^3 + 2x^2 + 3$ را در نقطه‌ای به طول ۳ واقع بر آن پیدا کنیم. اگر A نقطه‌ای به طول ۳ و B نقطه‌ای به طول $3+h$ روی نمودار تابع f باشد، با استفاده از شیب خط قاطع AB ، چه تقریبی برای شیب خط مماس در نقطه A به دست می‌آید؟

$39 + 9h + h^2$ (۴)

$39 + 12h + 2h^2$ (۳)

$39 + 11h + h^2$ (۲)

$39 + 10h + 2h^2$ (۱)

۶- مشتق تابع $f(x) = \frac{x\sqrt{x+5} + \sqrt{x}(x+5)}{\sqrt{x^2+5x}}$ در $x = 4$ کدام است؟

$\frac{5}{14}$ (۴)

$\frac{1}{10}$ (۳)

$\frac{5}{12}$ (۲)

$\frac{7}{12}$ (۱)

۷- یک تودهٔ باکتری پس از t ساعت دارای جرم $m(t) = \sqrt{t} + 2t^3$ گرم است. آهنگ رشد جرم تودهٔ باکتری در لحظهٔ $t = 4$ کدام است؟

$\frac{95}{4}$ (۴)

$\frac{383}{4}$ (۳)

$\frac{97}{4}$ (۲)

$\frac{385}{4}$ (۱)

۸- یک ظرف شامل ۴۰ لیتر آب موجود است. در لحظه $t = 0$ سوراخی در ظرف ایجاد می‌شود و حجم آب باقی‌مانده در ظرف پس از t ثانیه از رابطهٔ $V = 40(1 - \frac{1}{80}t)^2$ به دست می‌آید. در

چه زمانی آهنگ لحظه‌ای تغییر حجم آب داخل ظرف با آهنگ متوسط تغییر آن از $t = 0$ تا $t = 80$ برابر است؟

$t = 40$ (۴)

$t = 30$ (۳)

$t = 20$ (۲)

$t = 60$ (۱)

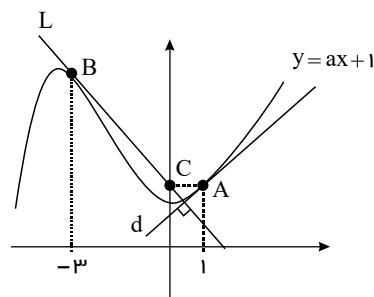
۹- نسبت مقدار مشتق تابع $y_1 = \sin^2 \frac{\pi}{\sqrt{x}}$ به مقدار مشتق تابع $y_2 = \cos^2 \frac{\pi}{\sqrt{x}}$ به ازای $x = 9$ کدام است؟

$-2\sqrt{3}$ (۴)

$-\sqrt{3}\pi$ (۳)

$-\sqrt{3}$ (۲)

$-\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۱)



۱۰- نمودار تابع f و خطوط مماس بر آن در $x = -3$ و $x = 1$ رسم شده است. حاصل $f'(-3) \times f(-3)$ کدام است؟ ($f'(1) = 3$)

$-\frac{2}{3}$ (۱)

$-\frac{5}{3}$ (۲)

-1 (۳)

$-\frac{3}{5}$ (۴)



۱- اگر $f(x) = [x]$ باشد، مجموعه طول‌های نقاط بحرانی تابع $y = f(x + f(-x))$ کدام است؟ ([] ، نماد جزء صیح است.)

- ۱ \mathbb{Z}
 ۲ \mathbb{R}
 ۳ $\mathbb{R} - \mathbb{Z}$
 ۴ $\mathbb{Z} - \{0\}$

۲- به ازای کدام مقدار a ، نقطهٔ مینیمم نسبی تابع $f(x) = (x^2 - x - 6)(4x + a)$ روی محور x ها قرار دارد؟

- ۱ ۸
 ۲ -۱۲
 ۳ -۶
 ۴ ۴

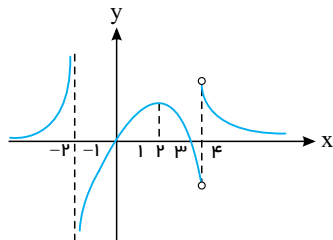
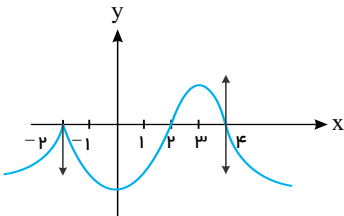
۳- مجموعهٔ طول نقاط اکسترمم تابع $y = (\frac{3}{5}x - \frac{1}{8}x^2)\sqrt{x^2}$ کدام است؟

- ۱ $\{0, 3\}$
 ۲ $\{3\}$
 ۳ $\{0, 1\}$
 ۴ $\{1, 0, 3\}$

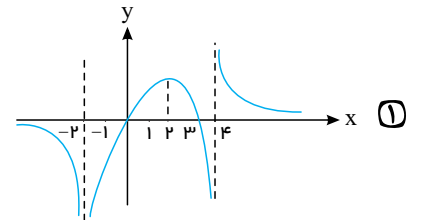
۴- حدود a کدام باشد تا تابع $f(x) = 4x^3 + 6ax^2 + 2x - 1$ همواره صعودی اکید باشد؟

- ۱ $|a| \leq \frac{\sqrt{6}}{3}$
 ۲ $|a| \geq 2\sqrt{6}$
 ۳ $|a| \geq \sqrt{6}$
 ۴ $|a| \geq \frac{\sqrt{6}}{2}$

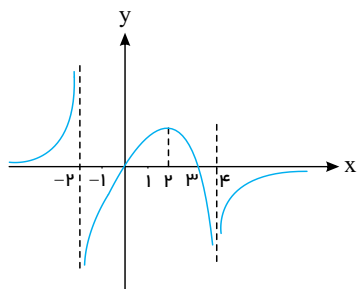
۵- اگر نمودار تابع f به شکل مقابل باشد، نمودار f' به کدام صورت است؟



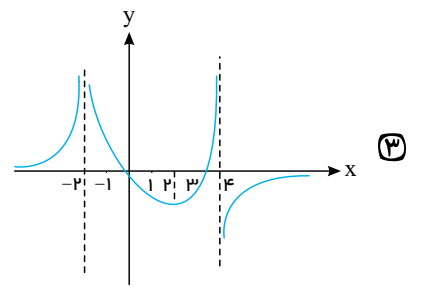
۲



۱



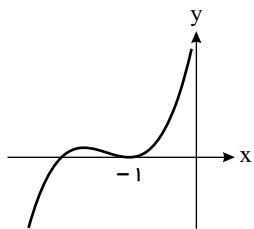
۴



۳

۶- نمودار تابع $y = x^3 + ax^2 + bx + 2$ به صورت مقابل است. طول ماکزیمم نسبی آن کدام است؟

- ۱ $-\frac{5}{3}$
 ۲ $-\frac{4}{3}$
 ۳ -2
 ۴ $-\frac{7}{3}$



۷- در کدام تابع زیر $x = 0$ طول نقطهٔ ماکزیمم نسبی نیست؟

- ۱ $y = \frac{|x|}{x-1}$
 ۲ $y = x + [-x]$
 ۳ $y = x[x]$
 ۴ $y = |x|\sqrt{x^2 - 1}$



۸ - مینیمم مطلق تابع $f(x) = 2x\sqrt{x} + \frac{3}{x}$ کدام است؟

- ① ۱ ② ۵ ③ ۲ ④ وجود ندارد

۹ - مینیمم مطلق تابع $f(x) = (\sqrt{x-1} + \log x)(\sqrt{2x+7} + 1)$ کدام است؟

- ① ۴ ② صفر ③ ۵ ④ مینیمم مطلق ندارد.

۱۰ - در بین استوانه‌هایی که مجموع مساحت‌های دو قاعده و مساحت جانبی آنها برابر 12π است، ارتفاع استوانه‌ای که بیشترین حجم را دارد، چقدر است؟

- ① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{2}$