



گزاره ها و ترکیب گزاره ها

۱- کدام گزینه یک گزاره است؟

- ① لطفاً کتاب هایتان را باز کنید. ② مجموع دو عدد فرد همواره عددی زوج است.
 ③ هندوانه خوشمزه ترین میوه است. ④ ادبیات آسان ترین درس است.

۲- اگر درست $p \equiv$ ، نادرست $q \equiv$ و دلخواه $r \equiv$ ، کدام گزینه همواره دارای ارزش درست است؟

- ① $(\sim r) \wedge (p \wedge \sim q)$ ② $r \vee (\sim p \vee q)$ ③ $\sim q \wedge (p \vee \sim r)$ ④ $q \vee (\sim p \wedge r)$

۳- اگر p گزاره‌ای نادرست و q گزاره‌ای درست باشد؛ در این صورت $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ با کدام یک از گزاره‌های زیر هم‌ارزش نمی‌باشد؟

- ① $(\sim p \vee q) \Rightarrow (p \wedge \sim q)$ ② $\sim (\sim q \Rightarrow p)$ ③ $(p \Rightarrow \sim q) \vee (\sim p \Rightarrow q)$ ④ $(p \Leftrightarrow q)$

۴- ارزش چه تعداد از گزاره‌های زیر همواره درست است؟ (p گزاره‌ای درست، q گزاره‌ای نادرست و r گزاره‌ای دلخواه است.)

- $(\sim r \Rightarrow \sim q) \vee p$ ① $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)$ ② $(r \Rightarrow p) \vee q$ ③ $(q \vee r) \Rightarrow p$

- ① صفر ② یک ③ دو ④ سه

۵- گزاره $p \wedge (p \vee q)$ هم‌ارز کدام یک از گزاره‌های زیر است؟

- ① p ② q ③ $\sim p$ ④ $\sim q$

۶- گزاره $p \Rightarrow q$ هم‌ارز کدام یک از گزاره‌های زیر است؟

- ① $p \vee q$ ② $\sim p \vee q$ ③ $p \vee \sim q$ ④ $\sim p \vee \sim q$

۷- اگر گزاره‌های A و B درست، گزاره C نادرست و گزاره D دارای ارزش نامشخص باشد، آن‌گاه ارزش گزاره‌های $(C \Leftrightarrow A) \Rightarrow (A \Leftrightarrow D)$ و

$(A \wedge \sim B) \Leftrightarrow (\sim C \Rightarrow D)$ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

- ① درست، نادرست ② درست، نامشخص ③ نامشخص، درست ④ نامشخص، نادرست

۸- اگر p گزاره‌ای درست، q گزاره‌ای نادرست و r گزاره‌ای دلخواه باشد، ارزش کدام گزاره مرکب با بقیه متفاوت است؟

- ① $(p \wedge q) \Leftrightarrow (\sim p \wedge r)$ ② $(q \vee r) \Rightarrow (r \Rightarrow p)$ ③ $(\sim p \Rightarrow r) \Rightarrow \sim q$ ④ $(p \wedge q) \Leftrightarrow (p \vee q)$

۹- کدام گزینه، گزاره نیست؟

- ① حاصل a^3 همواره از a^2 بزرگتر است. ② مجموع دو عدد زوج عددی زوج است.
 ③ درس زبان درس بسیار سختی است. ④ پایتخت ایران، تهران است.

۱۰- باتوجه به جدول زیر به جای A ، B و C به ترتیب از راست به چپ چه ارزش‌هایی باید قرار بگیرد؟

$p \wedge \sim q$	p	q	$\sim (p \vee q) \Rightarrow \sim (p \wedge \sim q)$
T	A	B	C

- ① $F - T - T$ ② $T - F - T$ ③ $F - F - F$ ④ $F - T - F$

۱۱- اگر $p \equiv q$ باشد، کدام هم‌ارزی زیر درست است؟

- ① $(\sim p \wedge q) \equiv F$ ② $p \wedge (\sim p \wedge q) \equiv p$ ③ $(\sim p \wedge q) \equiv T$ ④ $(\sim p \wedge \sim q) \equiv p$



۱۲- گزاره مرکب $(p \Rightarrow q) \vee (p \wedge \sim q)$ با کدام گزینه هم‌ارزش است؟

- ① p ② $\sim p$ ③ q ④ ارزش این گزاره همواره درست است.

۱۳- اگر گزاره‌های درست، q گزاره‌های نادرست و r گزاره‌های دلخواه باشد، ارزش گزاره‌های $(p \wedge r) \Rightarrow (r \vee q)$ و $(r \wedge \sim p) \Rightarrow (\sim q \Rightarrow r)$ کدام‌اند؟

- ① درست - درست ② نادرست - درست ③ درست - نادرست ④ نادرست - نادرست

۱۴- اگر ارزش هر دو گزاره مرکب $(p \wedge \sim q)$ و $(q \vee \sim r)$ درست باشد، در این صورت ارزش چه تعداد از گزاره‌های زیر نادرست است؟

- الف) $\sim (p \wedge r)$
 ب) $r \wedge (\sim p \vee q)$
 پ) $p \vee (r \wedge q)$
- ① ۱ ② ۲ ③ ۳ ④ صفر

استدلال ریاضی

۱۵- درجه‌های خالی، کدام گزاره را قرار دهیم تا کل گزاره‌ی شرطی «اگر $f = \{(1, 9), (4, 6), (5, 3)\}$ تابع باشد آن‌گاه» درست باشد.

- ① $(\sqrt{5})^2$ عددی گنگ است.
 ② $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$
 ③ در تابع $g(t) = \sqrt{t - 3}$ متغیر مستقل $g(t)$ است.
 ④ طول رأس سهمی $y = x^2 - 8x + 6$ برابر ۴- است.

۱۶- در اثبات حکم «اگر n^2 فرد باشد، آن‌گاه n فرد است.» $(n \in \mathbb{Z})$ به کمک عکس نقیض گزاره، کدام گزاره‌ای شرطی را ثابت می‌کنیم؟

- ① اگر n^2 زوج باشد، آن‌گاه n زوج است.
 ② اگر n زوج باشد، آن‌گاه n^2 زوج است.
 ③ اگر n فرد باشد، آن‌گاه n^2 فرد است.
 ④ اگر n زوج باشد، آن‌گاه n^2 فرد است.

۱۷- اگر a, b, c اعداد حقیقی باشند، کدام یک از گزینه‌های زیر، صحیح نیست؟

- ① اگر $a = b$ باشد، آن‌گاه $a + c = b + c$
 ② اگر $a + c = b + c$ باشد، آن‌گاه $a = b$
 ③ اگر $a = b$ باشد، آن‌گاه $ac = bc$
 ④ اگر $ac = bc$ باشد، آن‌گاه $a = b$

۱۸- در کدام گزینه، خطای محاسباتی وجود ندارد؟

- ① $a > b \Rightarrow -6a > -6b$ ② $x^2 + 100 = 0 \Rightarrow x = \pm 10$ ③ $a > b \Rightarrow a - 4 < b - 4$ ④ $\sqrt{x^2 + 6x + 9} = |x + 3|$

۱۹- در کدام گزینه، خطا رخ نداده است؟

- ① $a > b \Rightarrow a - 2 < b - 2$ ② $x > y \Rightarrow -2x > -2y$ ③ $\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{3} + 1} = 4$ ④ $\sqrt{(1 - \sqrt{3})^2} = \sqrt{3} - 1$



۲۰- با توجه به استدلال‌های زیر، کدام گزینه صحیح است؟

استدلال A:

مقدمه (۱): اگر خط $ay + bx + c = 0$ عمودی باشد (موازی محور y ها)، آن گاه $a = 0$ است.

مقدمه (۲): خط $(k - 1)y + 2kx + 6 = 0$ عمودی است.

$$k = 1$$

استدلال B:

مقدمه (۱): اگر معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ یک ریشه مضاعف داشته باشد، آن گاه $\Delta = b^2 - 4ac = 0$

مقدمه (۲): در معادله $x^2 - 6x + 9 = 0$ مقدار Δ برابر صفر است.

∴ معادله $x^2 - 6x + 9 = 0$ یک ریشه مضاعف دارد.

- (۱) فقط نتیجه استدلال A صحیح است. (۲) نتیجه استدلال B و کلاً هر استدلال مغالطه، نادرست است.
 (۳) استدلال A قیاس استثنایی و استدلال B مغالطه است. (۴) روش به کار رفته در هر دو استدلال، درست است.

۲۱- به کمک عکس نقیض گزاره شرطی، به جای اثبات گزاره شرطی «اگر $x < 0$ آنگاه $|x| > 0$ » می‌توانیم کدام گزاره زیر را اثبات کنیم؟

- (۱) اگر $x \geq 0$ آنگاه $|x| \leq 0$ (۲) اگر $x \leq 0$ آنگاه $|x| \leq 0$ (۳) اگر $|x| \leq 0$ آنگاه $x \geq 0$ (۴) اگر $|x| \geq 0$ آنگاه $x \leq 0$

۲۲- در حل معادله $x^5 = 4x^3$ اشتباه در کدام مرحله رخ داده است؟

مرحله ۱ $\Rightarrow x^5 - 4x^3 = 0$

مرحله ۲ $\Rightarrow x^3(x^2 - 4) = 0$

مرحله ۳ $\Rightarrow \frac{x^3(x^2 - 4)}{x^3} = \frac{0}{x^3}$

مرحله ۴ $\Rightarrow x^2 - 4 = 0$

مرحله ۵ $\Rightarrow x = \pm 2$

- (۱) دوم (۲) سوم (۳) چهارم (۴) پنجم

۲۳- در استدلال زیر در کدام مرحله خطا صورت گرفته است؟

$$2(x^2 - 2) = 0 \Rightarrow (2x^2 - 4) = 0 \Rightarrow 2x^2 = 4 \Rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow x = \sqrt{2}$$

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۴- با کدام شرط، استدلال گزاره زیر، درست است؟

«در یک مستطیل با اضلاع a و b اگر اندازه a ، $\frac{16}{9}$ برابر شود، اندازه قطر $\frac{4}{3}$ برابر می‌شود.»

(۱) $b = a$ (۲) $b = \frac{4}{3}a$

(۳) $b = \frac{16}{9}a$ (۴) برای هر مستطیلی، این گزاره درست است.

یادآوری مفهوم تابع و نحوه نمایش آن

۲۵- اگر $f = \{(m^2 - 4, 5), (m^2 - 4, m^2 - 11), (8 + m, 2)\}$ یک تابع باشد، m کدام است؟

- (۱) فقط ۴+ (۲) فقط ۴- (۳) ± 4 (۴) هیچ مقداری برای m وجود ندارد.

۲۶- اگر رابطه $f = \{(a+1, 4), (7, a), (a, b+5), (7, 5), (5, 7)\}$ یک تابع باشد، در این صورت حاصل $a + b$ برابر کدام گزینه است؟

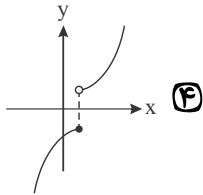
۹ (۴)

۷ (۳)

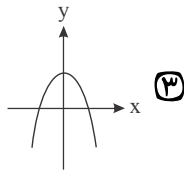
۵ (۲)

۳ (۱)

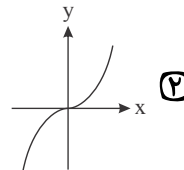
۲۷- دامنه کدام تابع مجموعه اعداد حقیقی نیست؟



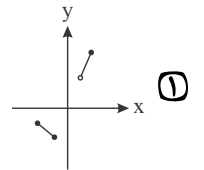
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

۲۸- نمایش مختصاتی یک رابطه، وقتی تابع است که هر خط موازی محور ها نمودار تابع را در یک نقطه قطع کند.

(۴) y ها، حداکثر

(۳) y ها، حداقل

(۲) x ها، حداکثر

(۱) x ها، حداقل

توابع چند ضابطه ای

۲۹- با توجه به تابع دو ضابطه ای $f(x) = \begin{cases} -2 & x > 0 \\ 1 & x \leq 0 \end{cases}$ حاصل عبارت $f(f(f(\dots f(5))))$ چقدر است؟
۵ بار

۵ (۴)

-۲ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

۳۰- ضابطه تابع $C(n) = \begin{cases} 0 & , 1 \leq n \leq 4 \\ 10 & , n = 5 \\ 20 & , n = 6 \\ 30 & , n = 7 \\ 40 & , n = 8 \end{cases}$ به صورت خلاصه شده مطابق کدام گزینه است؟ ($n \in N$)

$C(n) = \begin{cases} 0 & , 1 \leq n \leq 4 \\ 10(n-5) & , 5 \leq n \leq 8 \end{cases}$ (۲)

$C(n) = \begin{cases} 0 & , 1 \leq n \leq 4 \\ 10n & , 5 \leq n \leq 8 \end{cases}$ (۱)

$C(n) = \begin{cases} 0 & , 1 \leq n \leq 4 \\ 10(n-4) & , 5 \leq n \leq 9 \end{cases}$ (۴)

$C(n) = \begin{cases} 0 & , 1 \leq n \leq 4 \\ 10(10-n) & , 5 \leq n \leq 9 \end{cases}$ (۳)

۳۱- با توجه به نمودار تابع مقابل، حاصل $f(\sqrt{2}) + f(-2\sqrt{2})$ کدام است؟

$-4\sqrt{2} + 9$ (۱)

$-3\sqrt{2} + 6$ (۲)

$2\sqrt{2} + 6$ (۳)

$-6\sqrt{2} + 9$ (۴)

۳۲- ضابطه مربوط به نمودار تابع زیر کدام است؟

$f(x) = \begin{cases} x-2 & , x \leq 0 \\ x & , 0 < x \leq 2 \\ 3 & , x > 2 \end{cases}$ (۱)

$f(x) = \begin{cases} -x-2 & , x \leq 0 \\ x & , 0 < x \leq 2 \\ 3 & , x > 2 \end{cases}$ (۳)

$f(x) = \begin{cases} -x+2 & , x \leq 0 \\ x & , 0 < x \leq 2 \\ 3 & , x = 3 \end{cases}$ (۲)

$f(x) = \begin{cases} -x-2 & , x < 0 \\ x & , 0 \leq x < 2 \\ 3 & , x \geq 2 \end{cases}$ (۴)

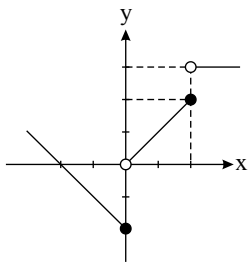
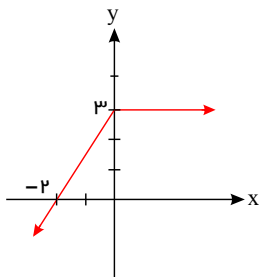
۳۳- اگر $f(x) = \begin{cases} 2x+3 & , x \leq 1 \\ x-1 & , 1 < x < 3 \\ x^2 & , x \geq 3 \end{cases}$ و $a = f(2)$ باشند، مقدار $f(4a) + f(a)$ کدام است؟

۲۱ (۴)

۱۷ (۳)

۱۴ (۲)

۱۲ (۱)





۳۴- اگر $f(x) = \begin{cases} 2x - a, & x \geq -3 \\ ax + 3, & x \leq -3 \end{cases}$ یک تابع باشد، در این صورت مقدار $f(-4)$ کدام است؟

- ① -۹ ② ۱۸ ③ -۱۵ ④ ۱۲

توابع ثابت و همانی

۳۵- اگر f تابع همانی و g تابعی ثابت با دامنه‌های اعداد حقیقی باشد و نمودار این دو تابع یکدیگر را در نقطه $(-3, -3)$ قطع کنند، در این صورت $g(\sqrt{2}) + f(\sqrt{2})$ کدام است؟

- ① $3 + \sqrt{2}$ ② $\sqrt{2} - 3$ ③ $3 - \sqrt{2}$ ④ $-3 - \sqrt{2}$

۳۶- اگر دو زوج مرتب $A = (2n + m, n - m - 7)$ و $B = (m + 1, -3n)$ روی نیمساز ناحیه اول و سوم قرار داشته باشند، در این صورت حاصل $\frac{n}{m}$ کدام است؟

- ① $\frac{1}{4}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ ۴ ④ -۴

۳۷- تابع f همانی است. مقدار $f(1 + k)$ کدام است؟

$$\frac{k}{k+3} \rightarrow \boxed{f} \rightarrow \frac{3k}{5k+5}$$

- ① ۳ یا ۱ ② ۵ یا ۲ ③ ۶ یا ۴ ④ ۱۰ یا ۷

۳۸- اگر تابع $g = \{(a, b), (c, d), (e, f)\}$ ثابت باشد، واریانس داده‌های d, b, f و f چند برابر میانگین آن‌هاست؟

- ① ۱ ② صفر ③ \sqrt{bdf} ④ $\sqrt{b^2 + d^2 + f^2}$

۳۹- اگر رابطه $f = \{(1, a + b), (2a + 1, 5), (2b - 1, a - b)\}$ تابعی ثابت باشد، در این صورت دامنه تابع کدام است؟

- ① $\{-1, 1, 11\}$ ② $\{-1, 1\}$ ③ $\{1, 9, 11\}$ ④ $\{1, 5\}$

۴۰- تابع f با دامنه \mathbb{R} همانی است و تابع ثابت g با دامنه $\{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ به صورت $g(x) = k$ تعریف شده است. اگر $k > 1$ باشد، کدام گزینه درست است؟

- ① نمودارهای f و g دو نقطه برخورد دارند. ② نمودار g از ربع چهارم می‌گذرد.
③ برد تابع f برابر \mathbb{R} (مجموعه اعداد حقیقی) است. ④ برد تابع g دارای k عضو است.

۴۱- اگر $f = \{(-3, 2), (5, a + 7)\}$ تابعی ثابت باشد، a کدام است؟

- ① -۱۰ ② -۵ ③ -۲ ④ ۲

۴۲- اگر $f(x) = m$ تابعی ثابت با دامنه \mathbb{R} باشد و تساوی $f(a^2 - b^2) = 2f(a^2) + 8$ برقرار باشد، آن‌گاه حاصل عبارت $\frac{f(\sqrt{5}) \times f(k^2)}{f(\sqrt{k})}$ کدام است؟

- ① ۸ ② -۸ ③ -۴ ④ ۴

۴۳- اگر تابع $f = \{(4a - b, c), (b - 1, 4)\}$ هم ثابت و هم همانی باشد، حاصل $\frac{a \times c}{b}$ کدام است؟

- ① $\frac{9}{4}$ ② ۲ ③ $\frac{9}{5}$ ④ $\frac{4}{5}$

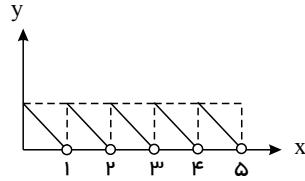
۴۴- اگر f تابع ثابت و برای $m, n, k \in \mathbb{N}$ ، $f(kx) = (k^2 - 3)f(x)$ و تابع g به صورت زیر یک تابع همانی باشد، مقدار $f(m)$ کدام است؟

$$g = \{(k, n^2 - 3n + 4), (2n, m^2 - 4m + 4), (f(n), n - 4)\}$$

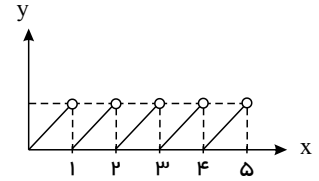
- ① -۴ ② -۳ ③ -۲ ④ صفر

توابع پلکانی

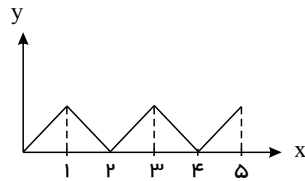
۴۵- اگر مخزن شن یک ساعت شنی با سرعت ثابت از قسمت بالا در مدت یک ساعت به قسمت پائین بریزد، نمودار مربوط به خالی شدن مخزن آن برای پنج بار کدام است؟ (y حجم شن قسمت بالایی ساعت شنی می باشد) (با تغییر)



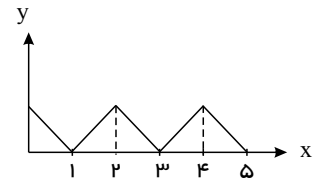
(۲)



(۱)



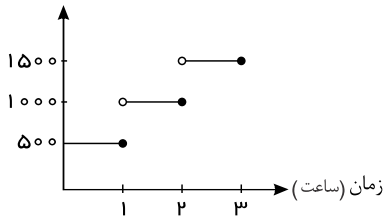
(۴)



(۳)

۴۶- نمودار زیر مربوط به هزینه پارکینگ یک مجتمع تجاری است. به ازای ۳ : ۲ توقف در این پارکینگ چند تومان باید پرداخت کنیم؟

هزینه (تومان)



- (۱) ۱۷۵۰
- (۲) ۲۰۰۰
- (۳) ۲۲۵۰
- (۴) ۲۵۰۰

۴۷- تابع $f(x) = [x]$ را برای $-3 \leq x \leq 3$ رسم کرده ایم. برد تابع شامل چند عضو است؟ ([]، نماد جزء صحیح است)

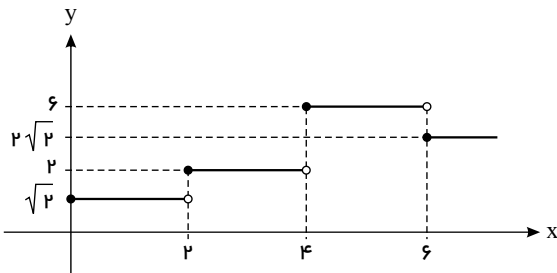
(۴) ۸

(۳) ۵

(۲) ۷

(۱) ۶

۴۸- در تابع پلکانی زیر، حاصل $\frac{f(2\sqrt{5}) \times f(6)}{f(\sqrt{6})}$ کدام است؟



(۲) $3\sqrt{2}$

(۴) $6\sqrt{2}$

(۱) $\sqrt{2}$

(۳) $5\sqrt{2}$

۴۹- به ازای هر مقدار صحیح برای x ، حاصل عبارت $A = [2x] + [-2x]$ کدام است؟

(۴) ۱

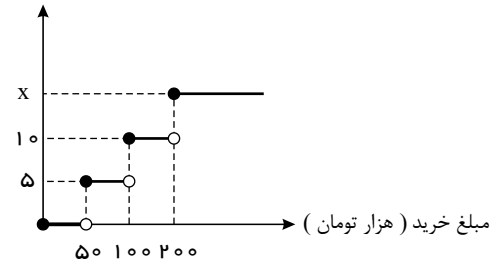
(۳) صفر

(۲) ۲

(۱) -۱

۵۰- یک فروشگاه برای خریدهای مشتریان، طبق تابع پلکانی زیر تخفیف می دهد. اگر از این فروشگاه ۲۸۰ هزار تومان خرید کنیم، ۲۶۹۰۰ تومان تخفیف شامل حال ما خواهد شد، درصد تخفیف به ازای خرید بیش از ۲۰۰ هزار تومان کدام است؟

درصد تخفیف



(۱) ۱۲

(۲) ۱۵

(۳) ۱۶

(۴) ۱۸



۵۱- ضابطه تابع $y = [-2x + |x|] + x$ در دامنه $-\frac{2}{3} < x < -\frac{1}{3}$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

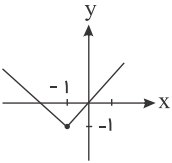
- ① $-2x$ ② $x + 1$ ③ $x - 2$ ④ $2x + \frac{8}{3}$

۵۲- اگر $f(x) = [x] + [-x]$ باشد، حاصل $A = 2f(\sqrt{7}) - f([k])$ کدام است؟ ($k \in R$ و []، نماد جزء صحیح است.)

- ① ۱ ② ۲ ③ -۲ ④ -۳

تابع قدر مطلق

۵۳- ضابطه نمودار مختصاتی زیر کدام است؟

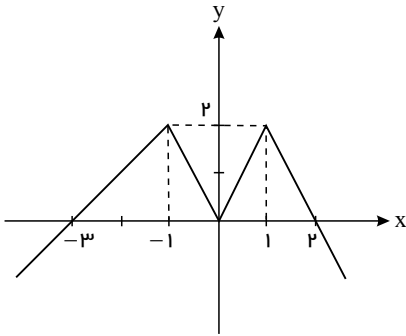


- ① $y = |x - 1| - 1$ ② $y = |x - 1| + 1$
 ③ $y = |x + 1| - 1$ ④ $y = |x + 1| + 1$

۵۴- نمودار تابع $y = |ax - b|$ محور x ها را در نقطه‌ای به طول ۳ و محور y ها را در نقطه‌ای به عرض ۶ قطع می‌کند. در این صورت $|a| + |b|$ کدام است؟

- ① ۲ ② ۶ ③ ۴ ④ ۸

۵۵- ضابطه تابع مربوط به نمودار مقابل کدام است؟



- ① $f(x) = \begin{cases} 2x + 2 & , x > 1 \\ |x| & , -1 \leq x \leq 1 \\ -x - 3 & , x < -1 \end{cases}$
 ② $f(x) = \begin{cases} -2x + 4 & , x > 1 \\ 2|x| & , -1 \leq x \leq 1 \\ x + 3 & , x < -1 \end{cases}$
 ③ $f(x) = \begin{cases} -|x - 1| + 2 & , x \geq 1 \\ -|x + 1| + 2 & , x < 0 \end{cases}$
 ④ $f(x) = \begin{cases} -2x + 2 & , x > 1 \\ 2|x| & , -1 \leq x \leq 1 \\ \frac{x}{2} + \frac{3}{2} & , x < -1 \end{cases}$

۵۶- نمودار تابع‌های $y = |x| - 4$ و $y = -|x|$ همدیگر را در نقطه‌ای با کدام عرض قطع می‌کنند؟

- ① +۴ ② -۴ ③ +۲ ④ -۲

۵۷- نمودار $y = x^2 + 6x + 5$ را حداقل چند واحد به سمت راست حرکت دهیم تا طول دو نقطه مشترک آن با نمودار $y = |x|$ نامنفی باشد؟

- ① ۲ ② ۳ ③ ۴ ④ ۵

۵۸- اگر $f(x) = \begin{cases} [x + 1] & , x < 0 \\ |-3x + 1| & , x \geq 0 \end{cases}$ باشد، حاصل $\frac{f(-\sqrt{2})}{f(\frac{2}{3})}$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

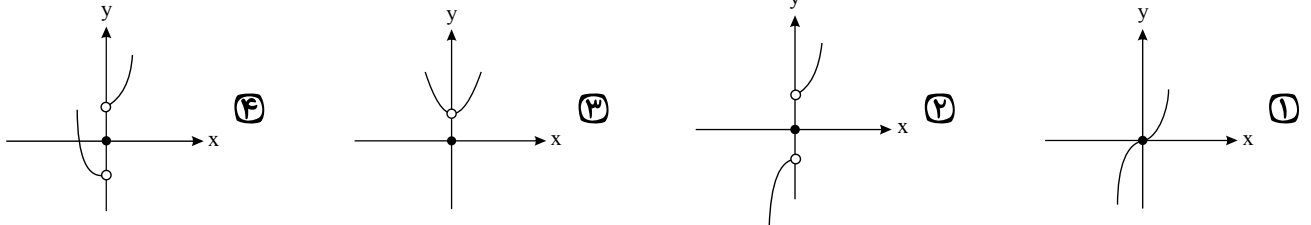
- ① صفر ② ۱ ③ -۱ ④ $\frac{1}{2}$

اعمال جبری بر روی توابع

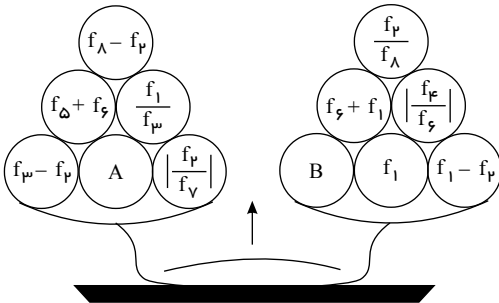
۵۹- اگر $f = \{(-1, 0), (2, 5), (0, -4)\}$ و $g = \{(0, -1), (2, -5), (1, 3)\}$ در این صورت تابع $f + g$ کدام است؟

- ۱ $\{(0, -5), (2, 0)\}$
 ۲ $\{(-5, 2)\}$
 ۳ $\{(2, -5)\}$
 ۴ $\{(-5, 0), (0, 2)\}$

۶۰- اگر $f(x) = x^2$ و $g(x) = \text{sign}(x)$ باشند، نمودار تابع $(f + g)(x)$ کدام است؟



۶۱- با توجه به ضابطه های $f_1(x) = x^2 + 1$ و $f_2(x) = x - 2$ و ضابطه های توابع زیر، برای اینکه دو کفه ترازو به ازای $x = 3$ با هم برابر باشند، به جای A و B به ترتیب کدام ضابطه ها باید قرار گیرند؟



$$f_2(x) = f_1(x) + f_2(x) \quad , \quad f_4(x) = f_2(x) - f_1(x) \quad , \quad f_5(x) = f_1(x) \times f_2(x)$$

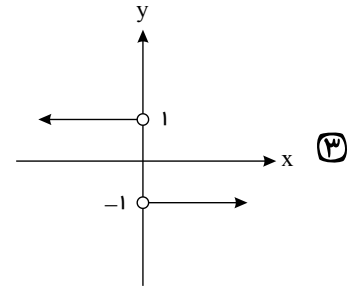
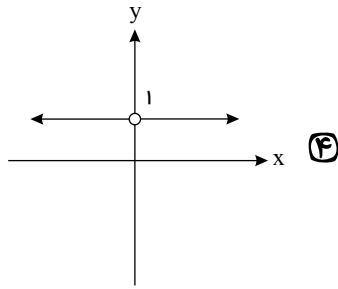
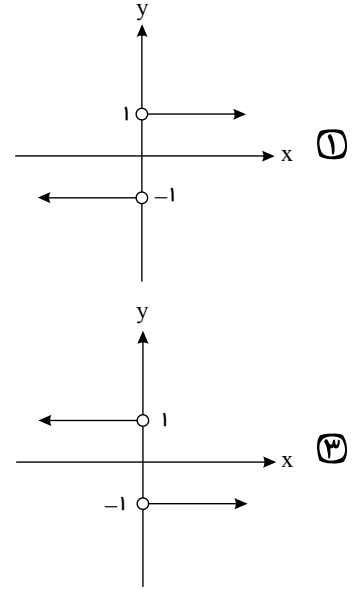
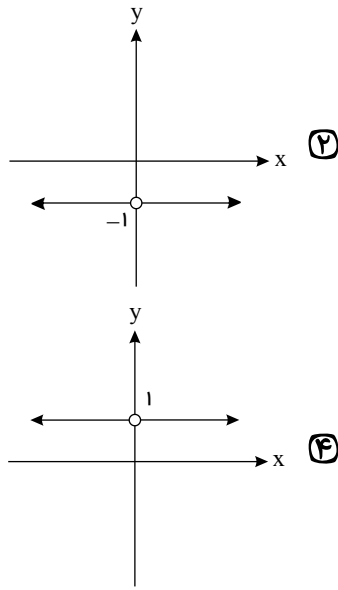
$$f_6(x) = \frac{f_1(x)}{f_2(x)} \quad , \quad f_7(x) = \frac{f_6(x)}{f_4(x)} \quad , \quad f_8(x) = \frac{f_3(x)}{f_5(x)}$$

- ۱ f_6 و $-\frac{f_2}{f_1}$
 ۲ $|f_4|$ و $\frac{f_2}{f_5}$
 ۳ f_6 و $\frac{f_2}{f_1}$
 ۴ $\frac{f_2}{f_1}$ و f_4

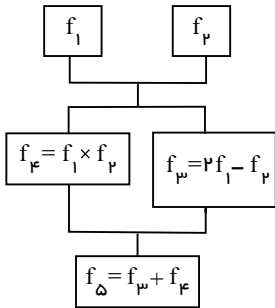
۶۲- اگر $f(x) = |x| + 2$ و $g(x) = \text{sign}(x) + 1$ تابع $y = (f - g)(x)$ کدام است؟

- ۱ $y = \begin{cases} x & , x > 0 \\ 1 & , x = 0 \\ -x + 2 & , x < 0 \end{cases}$
 ۲ $y = \begin{cases} x + 1 & , x > 0 \\ 0 & , x = 0 \\ -x + 1 & , x < 0 \end{cases}$
 ۳ $y = \begin{cases} x & , x > 0 \\ 1 & , x = 0 \\ -x - 1 & , x < 0 \end{cases}$
 ۴ $y = \begin{cases} x + 2 & , x > 0 \\ -1 & , x = 0 \\ -x & , x < 0 \end{cases}$

۶۳- اگر $f(x) = -|x|$ و $g(x) = |x|$ باشد، نمودار تابع $\frac{g}{f}$ کدام است؟



۶۴- اگر $f_1(x) = x + 1$ و $f_2(x) = x - 1$ باشد، با توجه به نمودار زیر، ضابطه f_5 کدام است؟

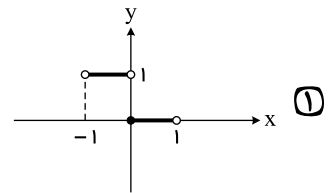
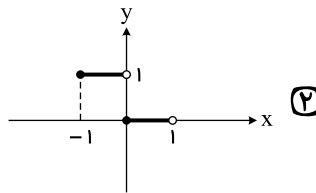
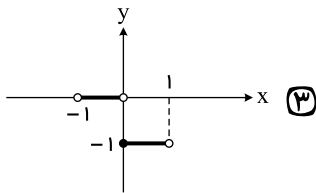
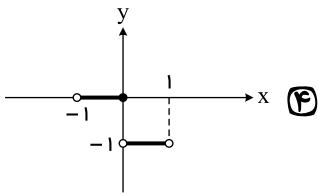


- ① x^2
- ② $x^2 + x + 2$
- ③ $x^2 - x - 2$
- ④ $-x^2 - 2$

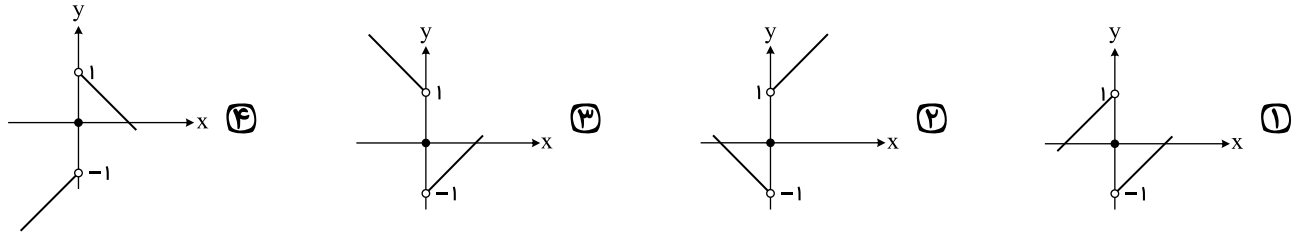
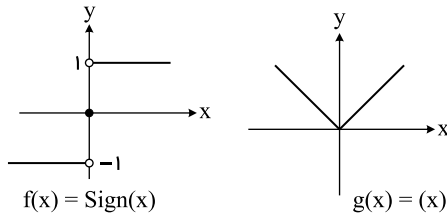
۶۵- اگر $f(x) = \frac{3x + 1}{x^2 - 4x + 3}$ و $g(x) = \sqrt{x + 1}$ باشند، دامنه تابع $\frac{f}{g}$ شامل چند عدد از مجموعه اعداد حسابی نمی‌شود؟

- ① ۱
- ② ۲
- ③ ۳
- ④ ۴

۶۶- اگر $f(x) = [x]$ و $g(x) = \text{sign}(x)$ باشند و $D_f = \{-1 < x < 1\}$ و $D_g = \mathbb{R}$ باشند، نمودار $f - g$ کدام است؟ []، علامت جزء صحیح (است.)



۶۷- اگر نمودار دو تابع f و g به صورت مقابل باشد، نمودار $f - g$ کدام است؟



شاخص های آماری، خط فقر و تورم

۶۸- اگر میانگین درآمد خانوارهای یک شرکت تولیدی برابر ۲۸۰۰۰۰۰ تومان باشد، در این صورت حداقل درآمدی که کارکنان این شرکت داشته باشند تا زیر خط فقر قرار نگیرند چند تومان باید باشد؟ (داده دورافتاده نداریم.)

- ۱) ۱۴۰۰۰۰۰ ۲) ۱۶۰۰۰۰۰ ۳) ۱۸۰۰۰۰۰ ۴) ۲۸۰۰۰۰۰

۶۹- اگر شاخص بهای کالاهای A, B, C و D در سال ۹۰ به ترتیب برابر با ۱۰۰، ۱۲۰، ۱۵۰ و ۱۸۰ بوده و شاخص این کالاها در سال ۹۶ مطابق جدول زیر باشد، ترتیب تورم کالاها در سال ۹۶ نسبت به سال ۹۰ از بیشترین به کمترین مقدار از راست به چپ کدام است؟

کالا	شاخص در سال ۹۶
A	۱۴۰
B	۳۰۰
C	۴۲۵
D	۲۵۰

- ۱) D, A, B, C ۲) D, A, C, B ۳) A, D, B, C ۴) A, D, C, B

۷۰- اگر درآمد ماهانه ۷ خانواده تک نفره برحسب میلیون تومان به صورت ۳، ۴٫۵، ۵، ۲، ۲٫۵، ۲، و x و خط فقر (برحسب میانگین) ۱٫۵ میلیون تومان باشد، مقدار x برحسب میلیون تومان کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۷۱- در یک نمونه تصادفی از کارکنان یک شرکت، میانه و میانگین درآمد ماهیانه آنان، به ترتیب، ۶ و ۲۲ میلیون تومان است. اگر ۳ نفر آنان درآمد بسیار بالایی داشته باشند، خط فقر مناسب برای این جامعه چند میلیون تومان است؟

- ۱) ۳ ۲) ۱۱ ۳) ۷ ۴) ۱۴

۷۲- در یک جامعه جمعیت فعال ۷۵ هزار نفر است. چند نفر از این جمعیت شاغل باشند تا نرخ بیکاری ۵ درصد باشد؟

- ۱) ۷۲۰۰۰ ۲) ۷۱۲۵۰ ۳) ۷۸۷۵۰ ۴) ۸۰۰۰۰



۷۳- با توجه به جدول زیر اختلاف نرخ بیکاری در دو شهر A و B تقریباً چقدر است؟

	شهر B	شهر A
تعداد افراد بین ۱۶ تا ۶۵	۲۰۰۰۰۰	۳۰۰۰۰۰
تعداد افراد شاغل ۶۵ یا کمتر از ۶۵ سال	۱۶۰۰۰۰	۲۳۰۰۰۰

۳% (۴)

۵% (۳)

۶% (۲)

۷% (۱)

۷۴- درآمد افراد یک جامعه برحسب میلیون تومان به صورت مرتب شده از کوچک به بزرگ در زیر آمده است. اگر خط فقر به روش میانه برابر یک $1, 1, 1, 2, 2, x, 3, 3, 3, 4$ باشد، خط فقر به روش میانگین کدام است؟

۲٫۴ (۴)

۲٫۲ (۳)

۱٫۲ (۲)

۱٫۱ (۱)

۷۵- وزن علی و محسن و امیر، یکسان است. قد علی $1,1$ برابر قد محسن و قد محسن $1,2$ برابر قد امیر است. شاخص توده بدنی علی چند برابر شاخص توده بدنی امیر است؟

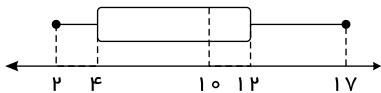
$\frac{1}{(1,32)^2}$ (۴)

$(1,32)^2$ (۳)

$\frac{1}{(2,3)^2}$ (۲)

$(2,3)^2$ (۱)

۷۶- در نمودار جعبه‌ای مقابل، درآمد افراد یک جامعه آماری نشان داده شده است. خط فقر این جامعه به کمک میانه چند برابر دامنه میان چارگی آن است؟



$\frac{8}{5}$ (۴)

$\frac{5}{8}$ (۳)

$\frac{3}{4}$ (۲)

$\frac{4}{3}$ (۱)

۷۷- داده‌های زیر، درآمد افراد یک جامعه برحسب میلیون تومان و خط فقر با استفاده از میانگین در این جامعه $3,5$ میلیون تومان است. اگر برای محاسبه خط فقر از میانه استفاده شود، چند نفر از افراد این جامعه، زیر خط فقر هستند؟

$19, 8, 2, 1, 8, 2, 2, 6, 13, 3, 4, 3, 4, a, 6, 2, 10, 4, 8$

۲ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

۵ (۱)

سری های زمانی، درون یابی و برون یابی

۷۸- معادله خط برون‌یابی برای داده‌های بعد از داده‌های ثبت شده جدول زیر کدام است؟

۸	۱۰	۱۲	۱۴	x
۲۵۰	۳۵۰	۲۰۰	۲۰۰	y

$y = -\frac{25}{3}x - \frac{550}{3}$ (۴)

$y = \frac{25}{3}x - \frac{550}{3}$ (۳)

$y = -\frac{25}{3}x + \frac{550}{3}$ (۲)

$y = \frac{25}{3}x + \frac{550}{3}$ (۱)

۷۹- نمودار سری زمانی که دارای الگو باشد، همواره دارای یک ویژگی است.

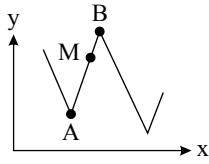
تکرار (۴)

کاهشی (۳)

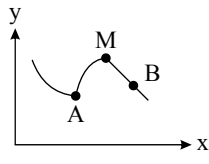
افزایشی (۲)

خطی (۱)

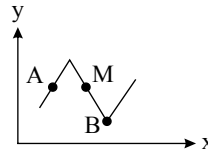
۸۰- در کدام نمودار زیر، درون یابی در نقطه M به کمک نقاط A و B هیچ خطایی نخواهد داشت؟



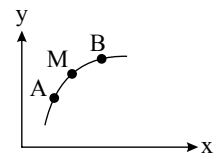
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

۸۱- در یک مرکز خرید، تعداد مشتری‌ها بین ساعت ۹ تا ۱۳ در جدول زیر آمده است. درون یابی خطی آن در ساعت ۱۰٫۵، کدام است؟

۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳
۱۰۰	۱۵۰	۱۹۰	۲۵۰	۱۲۰

۱۷۸ (۴)

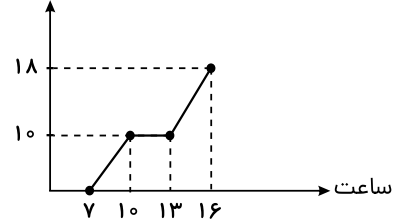
۱۷۵ (۳)

۱۷۲ (۲)

۱۷۰ (۱)

۸۲- با توجه به سری زمانی زیر، مقدار وزن کالاهای فروخته شده در ساعت ۹ به روش درون یابی تقریباً چقدر است؟

مقدار کالا
(کیلوگرم)



(۱) ۵ کیلوگرم

(۲) ۶ کیلوگرم

(۳) ۵٫۸ کیلوگرم

(۴) ۶٫۷ کیلوگرم

۸۳- جدول زیر مربوط به تعداد مشتریان یک فروشگاه در برخی از ساعات یک روز است. تخمین تعداد مشتریان در ساعت ۱۷ با استفاده از برون یابی، کدام است؟

ساعت	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶
تعداد مشتریان	۱۲۰	۱۰۰	۱۷۰	۲۱۰

۲۱۰ (۴)

۲۵۰ (۳)

۲۴۰ (۲)

۲۳۰ (۱)

پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۲ گزاره جمله‌ای خبری است که ارزش آن دقیقاً درست یا نادرست باشد. جملهٔ گزینهٔ ۱ دستوری و ارزش جمله‌های گزینهٔ ۳ و ۴ سلیقه‌ای است.

۲ - گزینه ۳

$$\text{درست} \equiv \text{درست} \wedge \text{درست} \equiv (p \wedge q)$$

گزینهٔ ۱)

$$\text{درست} \wedge (\sim r)$$

ارزش ترکیب عطفی رو برو به ارزش r بستگی دارد.

$$\text{نادرست} \equiv \text{نادرست} \vee \text{نادرست} \equiv (\sim p \vee q)$$

گزینهٔ ۲)

$$\text{نادرست} \vee r$$

ارزش ترکیب فصلی رو برو به ارزش r بستگی دارد.

$$\text{درست} \vee \sim r \equiv \text{درست} \vee \sim r$$

گزینهٔ ۳) در ترکیب فصلی یکی از گزاره‌ها درست باشد، ترکیب درست است.

$$\text{درست} \equiv \text{درست} \wedge \text{درست} \equiv \sim q \wedge (p \vee \sim r)$$

$$\text{نادرست} \equiv \text{نادرست} \wedge r \equiv \sim p \wedge r$$

گزینهٔ ۴) در ترکیب عطفی لااقل یکی از گزاره‌ها نادرست باشد، ترکیب نادرست است.

$$\text{نادرست} \equiv \text{نادرست} \vee \text{نادرست} \equiv q \vee (\sim p \wedge r)$$

۳ - گزینه ۳ ابتدا ارزش سؤال را مورد بررسی قرار می‌دهیم؛ داریم:

$$\left. \begin{array}{l} (p \Rightarrow q) \equiv T \\ (q \Rightarrow p) \equiv F \end{array} \right\} (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) \equiv F$$

حال ارزش گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم.

$$\text{گزینه ۱} \left. \begin{array}{l} (\sim p \vee q) \equiv T \\ (p \wedge \sim q) \equiv F \end{array} \right\} (\sim p \vee q) \Rightarrow (p \wedge \sim q) \equiv F$$

$$\text{گزینه ۲} \left. \begin{array}{l} (\sim q \Rightarrow p) \equiv T \\ \sim(\sim q \Rightarrow p) \equiv F \end{array} \right\} \sim(\sim q \Rightarrow p) \equiv F$$

$$\text{گزینه ۳} \left. \begin{array}{l} (p \Rightarrow \sim q) \equiv T \\ (\sim p \Rightarrow q) \equiv T \end{array} \right\} (p \Rightarrow \sim q) \vee (\sim p \Rightarrow q) \equiv T$$

$$\text{گزینه ۴} \left. \begin{array}{l} (p \Leftrightarrow q) \equiv T \\ (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) \equiv F \end{array} \right\} (p \Leftrightarrow q) \equiv T$$

۴ - گزینه ۴ ارزش همهٔ عبارات را مورد بررسی قرار می‌دهیم.

عبارت اول: می‌دانیم در ترکیب فصلی اگر حداقل ارزش یک گزاره درست باشد، ارزش گزارهٔ مرکب درست است، چون گزاره‌ای درست است، پس ارزش گزارهٔ مرکب داده شده درست است.

$$\left. \begin{array}{l} (\sim r \Rightarrow \sim q) \equiv T \\ p \equiv T \end{array} \right\} (\sim r \Rightarrow \sim q) \vee p \equiv T \quad \text{درست}$$

$$\left. \begin{array}{l} p \equiv T \\ (q \vee r) \equiv F \vee r \end{array} \right\} (q \vee r) \Rightarrow p \equiv T \Rightarrow T \equiv T \quad \text{درست} \quad \text{عبارت دوم:}$$

$$\left. \begin{array}{l} (r \Rightarrow p) \equiv T \\ q \equiv F \end{array} \right\} (r \Rightarrow p) \vee q \equiv T \vee F \equiv T \quad \text{درست} \quad \text{عبارت سوم:}$$

$$\left. \begin{array}{l} (p \Rightarrow q) \equiv F \\ (q \Rightarrow r) \equiv T \end{array} \right\} (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r) \equiv F \wedge T \equiv F \quad \text{نادرست} \quad \text{عبارت چهارم:}$$

بنابراین سه گزاره دارای ارزش درست است.

۵ - گزینه ۱ جدول ارزش درستی گزاره‌ها را مشخص می‌کنیم.

p	q	~p	~q	p ∨ q	p ∧ (p ∨ q)
د	د	ن	ن	د	د
د	ن	ن	د	د	د
ن	د	د	ن	د	ن
ن	ن	د	د	ن	ن

با توجه به جدول ارزش درستی گزاره‌ها $p \wedge (p \vee q) \equiv p$ است.

۶ - گزینه ۲ جدول ارزش درستی $p \Rightarrow q$ را مشخص می‌کنیم.



p	q	$p \Rightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	ن	د

با بررسی جدول ارزش درستی گزینه‌ها داریم:

p	q	$\sim p$	$\sim p \vee q$
د	د	ن	د
د	ن	ن	ن
د	د	د	د
ن	ن	د	د

گزینه ۲:

p	q	$p \vee q$
د	د	د
د	ن	د
ن	د	د
ن	ن	ن

گزینه ۱:

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee \sim q$
د	د	ن	ن	ن
د	ن	ن	د	د
ن	د	د	ن	د
ن	ن	د	د	د

گزینه ۴:

p	q	$\sim q$	$p \vee \sim q$
د	د	ن	د
د	ن	د	د
ن	د	ن	ن
ن	ن	د	د

گزینه ۳:

با بررسی جدول ارزش درستی گزینه‌ها داریم: $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$

۷ - گزینه ۲ چون A درست و C نادرست است، پس $C \Leftrightarrow A$ دارای ارزش نادرست است، لذا به انتفای مقدم گزاره $(C \Leftrightarrow A) \Rightarrow (A \Leftrightarrow D)$ دارای ارزش درست است.

اما در مورد گزاره $(A \wedge \sim B) \Leftrightarrow (\sim C \Rightarrow D)$ چون ارزش گزاره D نامشخص است پس نمی‌توان ارزش این گزاره مرکب را مشخص کرد.

۸ - گزینه ۴

$$1) (p \wedge q) \Leftrightarrow (\sim p \wedge r) \equiv \underbrace{(T \wedge F)}_F \Leftrightarrow (\sim T \wedge r) \equiv F \Leftrightarrow \underbrace{(F \wedge r)}_F$$

$$\equiv F \Leftrightarrow F \equiv T$$

$$2) (q \vee r) \Rightarrow (r \Rightarrow p) \equiv \underbrace{(F \vee r)}_r \Rightarrow \underbrace{(r \Rightarrow T)}_T \equiv \underbrace{r \Rightarrow T}_T \equiv T$$

$$3) (\sim p \Rightarrow r) \Rightarrow \sim q \equiv (\sim T \Rightarrow r) \Rightarrow \sim F \equiv \underbrace{(F \Rightarrow r)}_{\text{به انتفای مقدم } T} \Rightarrow T$$

$$\equiv T \Rightarrow T \equiv T$$

$$4) (p \wedge q) \Leftrightarrow (p \vee q) \equiv \underbrace{(T \wedge F)}_F \Leftrightarrow \underbrace{(T \vee F)}_T \equiv F \Leftrightarrow T \equiv F$$

۹ - گزینه ۳ گزاره جمله‌ای خبری است که دارای ارزش دقیقاً درست یا دقیقاً نادرست باشد.

گزینه ۳: جمله، سلیقه‌ای است و نمی‌توان به آن ارزش درست یا ارزش نادرست نسبت داد.

۱۰ - گزینه ۲

$p \wedge \sim q$	p	q	$\underbrace{\underbrace{F}_T}$	$\underbrace{\underbrace{F}_T}$
T	T	F	$\sim (p \vee q)$	$\sim (p \wedge \sim q)$
	\downarrow A	\downarrow B	\downarrow C	

p	q	$\sim p$	$(\sim p \wedge q)$
T	T	F	F
F	F	T	F

۱۱ - گزینه ۱ $\rightarrow (\sim p \wedge q) \equiv F$

۱۲ - گزینه ۴ اگر p و q را دو گزاره دلخواه در نظر بگیریم، داریم:

p	q	$p \Rightarrow q$	$\sim q$	$(p \wedge \sim q)$	$(p \Rightarrow q) \vee (p \wedge \sim q)$
T	T	T	F	F	T
T	F	F	T	T	T
F	T	T	F	F	T
F	F	T	T	F	T



ارزش گزاره مرکب $(p \Rightarrow q) \vee (p \wedge \sim q)$ همواره درست است.

۱۳ - گزینه ۱ چون ارزش r معلوم نیست، لذا ارزش گزاره‌های $p \wedge r$ و $r \vee q$ به ارزش گزاره‌های r بستگی دارند و از طرفی در ترکیب شرطی یک گزاره دلخواه با خودش همواره ارزش آن درست است، یعنی $r \Rightarrow r \equiv T$

$$\underbrace{(p \wedge r)}_{\text{همواره درست}} \Rightarrow \underbrace{(r \vee q)}_{\text{به ارزش } r \text{ بستگی دارد}} \equiv \underbrace{r \Rightarrow r}_{\text{به ارزش } r \text{ بستگی دارد}} \equiv T$$

$$(r \wedge \sim p) \Rightarrow (\sim q \Rightarrow r) \equiv (r \wedge \sim T) \Rightarrow (T \Rightarrow r) \equiv \underbrace{(r \wedge F)}_F \Rightarrow \underbrace{(T \Rightarrow r)}_{\text{به ارزش } r \text{ بستگی دارد}} \equiv F \Rightarrow r \xrightarrow{\text{به انتقای مقدم}} \equiv T$$

۱۴ - گزینه ۱ ترکیب عطفی دو گزاره زمانی دارای ارزش درست است که هر دو گزاره دارای ارزش درست باشند، لذا داریم:

$$p \wedge \sim q \xrightarrow{\text{ارزش درست}} \begin{cases} \text{ارزش درست } p \\ \text{ارزش نادرست } q \end{cases}$$

$$(q \vee \sim r) \xrightarrow{\text{ارزش درست}} \begin{cases} \text{ارزش نادرست } q \\ \text{ارزش درست } \sim r \end{cases}$$

(الف)

p	r	$p \wedge r$	$\sim(p \wedge r)$
د	ن	ن	د

(ب)

p	q	r	$\sim p$	$\sim p \vee q$	$r \wedge (\sim p \vee q)$
د	ن	ن	ن	ن	ن

(پ)

p	q	r	$r \wedge q$	$p \vee (r \wedge q)$
د	ن	ن	ن	د

پس تنها یک مورد دارای ارزش نادرست است.

۱۵ - گزینه ۲ گزاره‌ی $f = \{(1, 9), (4, 6), (5, 3)\}$ یک گزاره‌ی درست است، زیرا مجموعه‌ای از زوج‌های مرتب که در آن x تکراری (مؤلفه‌ی اول تکراری) وجود نداشته باشد تابع است. از طرفی در ترکیب شرطی اگر مقدم درست باشد برای درستی ترکیب باید حتماً تالی هم درست باشد.

در بین گزینه‌ها فقط گزینه‌ی ۲ درست است. اتحاد فردوج $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$ بررسی گزینه‌ی ۱ $(\sqrt{5})^2 = 5$ گویا است.

بررسی گزینه‌ی ۳ در تابع $f(t) = \sqrt{t-3}$ متغیر مستقل t است.

$$y = x^2 - 8x + 6 \rightarrow s \quad \left| \begin{array}{l} -b \\ 2a \end{array} \right. = \frac{8}{2} = 4 \quad \text{بررسی گزینه‌ی ۴}$$

۱۶ - گزینه ۲

$$p \Rightarrow q \xrightarrow{\text{عکس نقیض}} \sim q \Rightarrow \sim p$$

n^2 : فرد است. $\leftarrow \sim p$: زوج است.

n : فرد است. $\leftarrow \sim q$: زوج است.

اگر n زوج باشد آن گاه n^2 زوج است. $\rightarrow \sim q \Rightarrow \sim p$

۱۷ - گزینه ۴ همه‌ی گزینه‌ها به جز گزینه ۴ صحیح می‌باشند، برای مثال اگر $b = 1$ و $a = 2$ و $c = 0$ باشد. آن گاه $ac = bc = 0$ اما $a \neq b$ است.

۱۸ - گزینه ۴ بررسی گزینه‌ها:

$$a > b \Rightarrow -6a > -6b$$

گزینه ۱: طرفین نامعادله در عدد (-6) ضرب شده است پس جهت نامساوی باید عوض شود پس نادرست است.
گزینه ۲:

$$x^2 + 100 = 0 \Rightarrow x^2 = -100$$

توان دوم هر عدد برابر عددی نامنفی است پس معادله فوق جواب ندارد.

گزینه ۳:

$$a > b \Rightarrow a - 4 < b - 4$$

با کم کردن مقدار (-4) از طرفین نامعادله جهت نامعادله عوض نمی‌شود پس نادرست است.

گزینه ۴:

$$\sqrt{x^2 + 6x + 9} = \sqrt{(x+3)^2} = |x+3|$$

در این گزینه اشتباه محاسباتی وجود ندارد.

۱۹ - گزینه ۴ بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱) با کم کردن ۲ واحد از طرفین نامعادله $a > b$ جهت نامساوی عوض نمی‌شود.

$$a > b \Rightarrow a - 2 > b - 2$$

گزینه ۲) با ضرب طرفین نامعادله $x > y$ در -2 جهت نامساوی عوض می‌شود.

$$x > y \Rightarrow -2x < -2y$$

گزینه ۳) از صورت و مخرج عبارت گویای $\sqrt{3}$ ، ساده شده است که اشتباه است.

گزینه ۴)

$$\sqrt{(1 - \sqrt{3})^2} = |1 - \sqrt{3}| \stackrel{1 - \sqrt{3} < 0}{=} -(1 - \sqrt{3}) = -1 + \sqrt{3} = \sqrt{3} - 1$$

در گزینه ۴ اشتباهی رخ نداده است.

۲ - گزینه ۳ حالت کلی قیاس استثنایی به صورت $p \Rightarrow q$ و حالت کلی مغالطه به صورت $q \Rightarrow p$ است.

$$\frac{q}{p} \quad \frac{p}{q}$$

استدلال A از نوع قیاس استثنایی و استدلال B از نوع مغالطه است می‌دانیم که روش به کار رفته در قیاس استثنایی، همواره درست و در مغالطه همواره نادرست است. ولی نتیجه‌های این دو استدلال باید بررسی شوند یعنی این طور نیست که نتیجه قیاس استثنایی همیشه درست و نتیجه مغالطه همیشه نادرست باشد. درستی نتیجه قیاس استثنایی بستگی به مقدمه ۱ دارد. می‌دانیم اگر خطی عمود باشد آنگاه ضریب y صفر است پس چون مقدمه ۱ استدلال A درست است نتیجه آن هم درست است. استدلال B با آن که مغالطه است، نتیجه اش درست است چون اگر دلتای یک معادله صفر شود یک ریشه مضاعف دارد.

۲۱ - گزینه ۳ عکس نقیض گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ به صورت $p \Rightarrow \sim q$ است که هم‌ارز آن است.

اگر $x < 0$ آنگاه $|x| > 0$ در نتیجه خواهیم داشت:

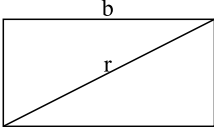
$$\underbrace{|x| > 0}_{\sim p} \quad \underbrace{|x| \leq 0}_{\sim q}$$

۲۲ - گزینه ۲ دو طرف یک معادله را نمی‌توان بر صفر ضرب یا تقسیم کرد؛ در نتیجه دوطرف معادله را نمی‌توان بر x^3 که مقداری مجهول است؛ تقسیم کرد چون x می‌تواند برابر صفر باشد.

۲۳ - گزینه ۴ در مرحله ۴ خطا صورت گرفته زیرا وقتی از دو طرف جذر می‌گیریم، داریم:

$$x^2 = 4 \xrightarrow{\text{جذر بگیریم}} x = \pm\sqrt{2}$$

۲۴ - گزینه ۲ به کمک رابطه فیثاغورس داریم:



$$r = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$r' = \sqrt{\left(\frac{16}{9}a\right)^2 + b^2}$$

$$\Rightarrow \frac{r'}{r} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{\sqrt{\left(\frac{16}{9}a\right)^2 + b^2}}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{\left(\frac{16}{9}a\right)^2 + b^2}{a^2 + b^2} = \frac{16}{9} \Rightarrow \frac{256}{81}a^2 + b^2 = \frac{16}{9}a^2 + \frac{16}{9}b^2 \Rightarrow \left(\frac{256}{81} - \frac{16}{9}\right)a^2 = \left(\frac{16}{9} - 1\right)b^2 \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} = \frac{\frac{16}{9} - 1}{\frac{256}{81} - \frac{16}{9}}$$

$$\Rightarrow \frac{a^2}{b^2} = \frac{\frac{16 - 9}{9}}{\frac{256 - 144}{81}} = \frac{\frac{7}{9}}{\frac{112}{81}} = \frac{7 \times 81}{112 \times 9} = \frac{9}{16}$$

$$\xrightarrow{a, b > 0} \frac{a}{b} = \frac{3}{4} \Rightarrow b = \frac{4}{3}a$$

۲۵ - گزینه ۲

در تابع اگر دو زوج مرتب دارای مؤلفه‌های اول برابر باشند، باید مؤلفه‌های دوم آن‌ها نیز با هم برابر باشند.

$$(m^2 - 4, 5) = (m^2 - 4, m^2 - 11) \Rightarrow m^2 - 11 = 5 \Rightarrow m^2 = 16 \xrightarrow{\text{جذر}} m = \pm 4$$

$$m = 4 \Rightarrow f = \{(12, 5), (12, 2)\} \Rightarrow f \text{ تابع نیست}$$

$$m = -4 \Rightarrow f = \{(12, 5), (4, 2)\} \Rightarrow f \text{ تابع است}$$

پس فقط جواب $m = -4$ قابل قبول است.

۲۶ - گزینه ۳ نکته: نمایش زوج مرتبی یک رابطه وقتی تابع است که هیچ دو زوج مرتب متمایزی دارای مؤلفه اول یکسان نباشند یعنی اگر مؤلفه‌های اول دو زوج مرتب با هم برابر باشند، باید مؤلفه‌های دوم نیز با هم برابر باشند.

با توجه به نکته بالا دو زوج مرتب $(7, 5)$ و $(7, 5)$ دارای مؤلفه اول یکسان هستند، در نتیجه باید مؤلفه دوم نیز برابر باشند؛ پس $a = 5$ است. با جایگذاری a در سایر زوج مرتب‌ها خواهیم داشت.



$$f = \{(6, 4), (7, 5), (5, b+5), (7, 5), (5, 7)\}$$

دو زوج مرتب $(5, b+5)$ و $(5, 7)$ دارای مؤلفه اول یکسان هستند پس باید مؤلفه دوم نیز با هم برابر باشند؛ پس:

$$b + 5 = 7 \Rightarrow b = 2$$

و در نتیجه داریم:

$$a + b = 5 + 2 = 7$$

۲۷ - گزینه ۱ برای بدست آوردن دامنه تابع از روی نمودار، تصویر نقاط نمودار را روی محور طولها می‌یابیم که با توجه به گزینه‌ها، دامنه تابع در گزینه‌های «۲»، «۳» و «۴» مجموعه اعداد حقیقی است، ولی دامنه تابع در گزینه «۱» مجموعه اعداد حقیقی نیست.

۲۸ - گزینه ۴ نمایش مختصاتی یک رابطه وقتی تابع است که هر خط موازی محور y ها نمودار تابع را حداکثر در یک نقطه قطع کند.

۲۹ - گزینه ۱

با توجه به اینکه ۵ مقدار بزرگتر از صفر است، پس:

$$f(5) = -2$$

با توجه به اینکه -2 کوچکتر از صفر است، پس:

$$f(f(5)) = f(-2) = 1$$

با توجه به الگوی

$$f(f(5)) = 1$$

$$\underbrace{f(f(f(5)))}_{\text{بار ۲}} = f(1) = -2$$

$$\underbrace{f(f(f(f(5))))}_{\text{بار ۴}} = f(-2) = 1$$

تابع f اگر به تعداد زوج تکرار شود، حاصل برابر ۱ و اگر به تعداد فرد تکرار شود، حاصل برابر -2 است و عدد ۵ زوج است، پس حاصل $f(f(f(\dots f(5)))) = 1$ است.
 بار ۵۰

۳۰ - گزینه ۴ باتوجه به اینکه ضابطه تابع به ازای $1 \leq n \leq 4$ تابع ثابت صفر است و برای $n \geq 5$ مقدار تابع مضربی از ۱۰ است در نتیجه به ازای $n \geq 4$ رابطه تابع را به صورت

$$C(n) = \begin{cases} 0 & , 1 \leq n \leq 4 \\ 10(n-4) & , 5 \leq n \leq 9 \end{cases}$$

۳۱ - گزینه ۴ ابتدا باتوجه به نمودار مختصاتی تابع ضابطه آن را مشخص می‌کنیم.

این تابع به ازای مقادیر بزرگتر از صفر، تابع ثابت $f(x) = 3$ و به ازای مقادیر کوچکتر از صفر به صورت خط گذرنده از دو نقطه $(0, 3)$ و $(-2, 0)$ است.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 3}{-2 - 0} = \frac{3}{2}$$

$$y = mx + h \xrightarrow{\text{جابجایی } (0,3)} 3 = m(0) + h \Rightarrow h = 3 \Rightarrow y = \frac{3}{2}x + 3$$

پس ضابطه این تابع به صورت

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{2}x + 3 & x < 0 \\ 3 & x \geq 0 \end{cases}$$

باتوجه به این که $\sqrt{2} > 0$ است پس $f(\sqrt{2}) = 3$ و همچنین $-2\sqrt{2} < 0$ پس $f(-2\sqrt{2}) = \frac{3}{2}(-2\sqrt{2}) + 3 = -3\sqrt{2} + 3$

$$2f(-2\sqrt{2}) + f(\sqrt{2}) = 2(-3\sqrt{2} + 3) + 3 = -6\sqrt{2} + 9$$

۳۲ - گزینه ۳ این نمودار تابع از سه قسمت تشکیل شده است که برای هر قسمت با توجه به محدوده دامنه آنها، ضابطه آنها را مشخص می‌کنیم.

بررسی گزینه‌ها:

(۱) به ازای $x \leq 0$ نمودار تابع از دو نقطه $A(-2, 0)$ و $B(0, -2)$ می‌گذرد. برای مشخص کردن ضابطه آن داریم:

$$M_{AB} = \frac{-2 - 0}{0 - (-2)} = \frac{-2}{2} = -1$$

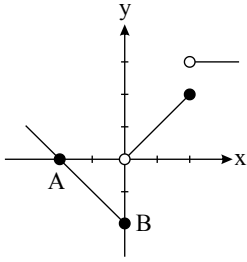
شیب خط گذرنده از دو نقطه A و B برابر -1 و عرض از مبدأ این خط برابر -2 است (محل برخورد با محور y ها)؛ در نتیجه ضابطه این قسمت به صورت $y = -x - 2$ است.

(۲) به ازای $0 < x \leq 2$ نمودار تابع از مبدأ و نقطه $C(2, 2)$ می‌گذرد و ضابطه آن به صورت $y = x$ است (در این قسمت ضابطه تابع همانی است)

(۳) به ازای $x > 2$ نمودار تابع خطی موازی محور x ها است و نشان دهنده تابعی ثابت با ضابطه $y = 3$ است.

در نتیجه ضابطه تابع f به صورت مقابل است:

$$f(x) = \begin{cases} -x - 2 & x \leq 0 \\ x & 0 < x \leq 2 \\ 3 & x > 2 \end{cases}$$



۳۳ - گزینه ۴

$$a = f(2) \xrightarrow{1 < 2 < 3} a = 2 - 1 = 1$$

$$f(a) \xrightarrow{a=1} f(1) = 2 \times 1 + 3 = 5 \quad (1)$$

ضابطه اول:

$$f(4a) \xrightarrow{a=1} f(4) = 4^2 = 16 \quad (2)$$

ضابطه سوم:

در نتیجه بنابر (۱) و (۲) داریم:

$$\Rightarrow f(4a) + f(a) = 16 + 5 = 21$$

۳۴ - گزینه ۳ چون $f(x)$ یک تابع است، لذا باید به ازای $x = -3$ در دو ضابطه یک مقدار برای آن وجود داشته باشد، به همین دلیل هر دو ضابطه باید به ازای $x = -3$ با یکدیگر برابر باشند:

$$f(x) = \begin{cases} 2x - a, & x \geq -3 \Rightarrow f(-3) = 2 \times (-3) - a = -6 - a \quad (1) \\ ax + 3, & x \leq -3 \Rightarrow f(-3) = a \times (-3) + 3 = -3a + 3 \quad (2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(2),(1)} -6 - a = -3a + 3 \Rightarrow 3a - a = 6 + 3 \Rightarrow 2a = 9 \Rightarrow a = \frac{9}{2}$$

پس ضابطه تابع به فرم $f(x) = \begin{cases} 2x - \frac{9}{2}, & x \geq -3 \\ \frac{9}{2}x + 3, & x \leq -3 \end{cases}$ است. حال برای یافتن $f(-4)$ داریم:

$$f(-4) = \frac{9}{2} \times (-4) + 3 = -18 + 3 = -15$$

۳۵ - گزینه ۲ ضابطه تابع همانی به صورت $f(x) = x$ و ضابطه تابع ثابت به صورت $g(x) = c$ است. نمودار این دو تابع یکدیگر را در نقطه $(-3, -3)$ قطع می‌کنند، داریم:

$$g(-3) = -3 \xrightarrow{c=-3 \text{ تابع ثابت}} g(x) = -3$$

ضابطه تابع ثابت به صورت $g(x) = -3$ است، حال داریم:

$$g(\sqrt{2}) + f(\sqrt{2}) = -3 + \sqrt{2} = \sqrt{2} - 3$$

۳۶ - گزینه ۲ در هر زوج مرتب هنگامی که روی نیمساز ناحیه اول و سوم قرار دارد، مؤلفه‌های اول و دوم آن‌ها یکسان است، حال داریم:

$$A = (2n + m, n - m - 7) \Rightarrow n - m - 7 = 2n + m$$

$$\Rightarrow n + 2m = -7 \quad (1)$$

$$B = (m + 1, -3n) \Rightarrow m + 1 = -3n \Rightarrow m + 3n = -1 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2),(1)} \begin{cases} m + 3n = -1 \\ 2m + n = -7 \end{cases} \xrightarrow{(-3) \times} \begin{cases} m + 3n = -1 \\ -6m - 3n = 21 \end{cases}$$

$$-5m = 20 \Rightarrow m = -4$$

$$\xrightarrow{(1)} n + 2 \times (-4) = -7 \Rightarrow n = 1$$

$$\frac{n}{m} = \frac{1}{-4} = -\frac{1}{4}$$

۳۷ - گزینه ۱ تابع f همانی است (هر مقدار به روی خودش در برد متناظر می‌کند) پس مقادیر $\frac{3k}{5k+5}$ و $\frac{k}{k+3}$ با هم برابرند.

$$\frac{k}{k+3} = \frac{3k}{5k+5} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} k(5k+5) = 3k(k+3) \Rightarrow 5k^2 + 5k = 3k^2 + 9k$$

$$\Rightarrow 5k^2 - 3k^2 + 5k - 9k = 0$$



$$\Rightarrow 2k^2 - 4k = 0 \Rightarrow 2k(k - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} k = 0 \\ \text{یا} \\ k - 2 = 0 \Rightarrow k = 2 \end{cases}$$

در نتیجه برای $f(1+k)$ داریم:

$$k = 0 \Rightarrow f(1+k) = f(1+0) = f(1) = 1$$

$$k = 2 \Rightarrow f(1+k) = f(1+2) = f(3) = 3$$

۳۸ - گزینه ۲ تابع g تابعی ثابت است پس مؤلفه‌های دوم همه زوج مرتب‌ها با هم برابرند یعنی $b = d = f$ اگر داده‌ها با هم برابر باشند واریانس آن‌ها برابر صفر و میانگین آن‌ها برابر هر کدام از آن‌هاست. در نتیجه:

$$\frac{f, d, b \text{ واریانس}}{f, d, b \text{ میانگین}} = \frac{0}{b} = \frac{0}{d} = \frac{0}{f} = 0$$

۳۹ - گزینه ۱ نکته: در نمایش زوج مرتبی تابع ثابت همه مؤلفه‌های دوم زوج مرتب‌ها با هم برابرند. نکته: در نمایش زوج مرتبی توابع مؤلفه‌های اول مربوط به اعضای دامنه و مؤلفه‌های دوم مربوط به اعضای برد تابع هستند.

$$f = \{(1, a+b), (2a+1, 5), (2b-1, a-b)\}$$

f تابعی ثابت است؛ در نتیجه:

$$a+b = a-b = 5$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a+b = 5 \\ a-b = 5 \end{cases}$$

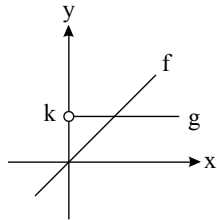
$$2a = 10 \Rightarrow a = 5, a+b = 5 \Rightarrow 5+b = 5 \Rightarrow b = 0$$

حال با قراردادن مقادیر $a = 5$ و $b = 0$ در نمایش زوج مرتبی تابع f داریم:

$$f = \{(1, 5), (11, 5), (-1, 5)\}$$

و مجموعه اعضای دامنه تابع f به صورت $D_f = \{1, 11, -1\}$ است.

۴۰ - گزینه ۳ ابتدا نمودار تابع $f(x) = x$ و $g(x) = k$ را رسم می‌کنیم. واضح است که f و g یک نقطه برخورد دارند. همچنین نمودار تابع g از ربع اول می‌گذرد. ضمناً برد تابع f برابر \mathbb{R} برد تابع g برابر $\{k\}$ است که تک عضوی است.



۴۱ - گزینه ۲ نکته: در نمایش زوج مرتبی توابع ثابت مؤلفه‌های دوم همه زوج مرتب‌ها با هم برابرند.

$$f = (-3, 2), (5, a+7)$$

$$a+7 = 2 \Rightarrow a = 2-7 \Rightarrow a = -5$$

۴۲ - گزینه ۲

$$\text{تابع } f \text{ ثابت است} \Rightarrow \begin{cases} f(a^2 - b^2) = m \\ f(a^2) = m \end{cases} \xrightarrow{f(a^2 - b^2) = 2f(a^2) + 8} m = 2m + 8 \Rightarrow m = -8 \Rightarrow f(x) = -8$$

عبارت داده شده برابر است با:

$$\frac{f(\sqrt{5}) \times f(k^2)}{f(\sqrt{k})} = \frac{(-8) \times (-8)}{-8} = -8$$

۴۳ - گزینه ۳

اگر تابع f هم ثابت و هم همانی باشد، تنها یک زوج مرتب دارد که در آن زوج مرتب دو مؤلفه اول و دوم با هم برابرند. در نتیجه:

$$\xrightarrow{\text{همانی}} (b-1, 4) = (4, 4) \xrightarrow{\text{همانی و ثابت}} f = \{(4, 4)\} \Rightarrow b-1 = 4 \Rightarrow b = 5$$

$$\Rightarrow 4a - b = 4 \xrightarrow{b=5} 4a = 9 \Rightarrow a = \frac{9}{4}, c = 4 \Rightarrow \frac{a \times c}{b} = \frac{\frac{9}{4} \times 4}{5} = \frac{9}{5}$$

۴۴ - گزینه ۳ تابع ثابت است، پس

$$f(x) = c \Rightarrow f(kx) = f(a) = c$$

$$\Rightarrow (k^2 - 3)c = c \Rightarrow c(k^2 - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} k^2 = 4 \xrightarrow{k \in \mathbb{N}} k = 2 \\ \text{یا} \\ c = 0 \end{cases}$$

g تابع همانی است، پس:

$$\xrightarrow{k=2} 2 = n^2 - 3n + 4 \Rightarrow n^2 - 3n + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 1 \\ n = 2 \end{cases}$$

ریشه‌ها گنگ می‌شوند و عضو \mathbb{N} نیستند.

$$\xrightarrow{n=1} 2 = m^2 - 4m + 4 \Rightarrow m^2 - 4m + 2 = 0 \xrightarrow{\Delta=8} \sqrt{\Delta} = \sqrt{8}$$

$$\xrightarrow{n=2} 4 = m^2 - 4m + 4 \Rightarrow m^2 - 4m = 0 \Rightarrow m(m - 4) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = 0 \text{ ق ق} \\ m = 4 \text{ ق ق} \end{cases} \xrightarrow{n=2} f(2) = 2 - 4 \Rightarrow f(2) = -2 \Rightarrow f(m) = -2$$

در نتیجه به ازای $c = 0$ داریم $f(n) = 0$ و $n = 4$ می‌شود. بنابراین:

$$m^2 - 4m + 4 = 8 \Rightarrow m^2 - 4m - 4 = 0 \xrightarrow{\Delta=32} \sqrt{\Delta} = \sqrt{32}$$

ریشه‌ها گنگ می‌شوند و عضو \mathbb{N} نیستند.

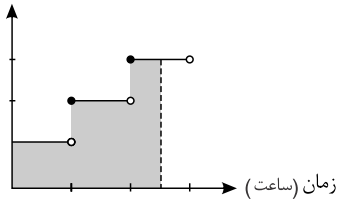
پس تنها $f(m) = -2$ قابل قبول است.

۴۵ - گزینه ۲ مخزن شن در ابتدا پر است، سپس در مدت زمان یک ساعت خالی می‌شود و دوباره آن را برعکس می‌کنیم و مخزن آن دوباره به حالت پر است، پس نمودار خالی شدن مخزن آن مطابق نمودار گزینه ۲ می‌باشد.

۴۶ - گزینه ۳

مساحت زیر نمودار به ازای ساعت خواسته شده برابر مبلغ پرداختی توسط مشتری است.

هزینه (تومان)



$$S_{\text{کل}} = 500 + 1000 + 750 = 2250 \text{ تومان}$$

۴۷ - گزینه ۲ اگر $f(x) = [x]$ باشد، با توجه به محدوده دامنه، نمودار تابع را رسم می‌کنیم:

$$-3 \leq x < -2 \Rightarrow f(x) = -3$$

$$-2 \leq x < -1 \Rightarrow f(x) = -2$$

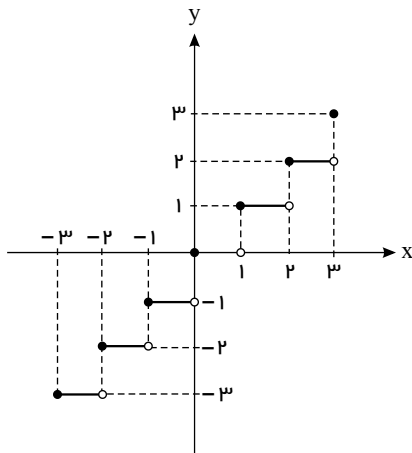
$$-1 \leq x < 0 \Rightarrow f(x) = -1$$

$$0 \leq x < 1 \Rightarrow f(x) = 0$$

$$1 \leq x < 2 \Rightarrow f(x) = 1$$

$$2 \leq x < 3 \Rightarrow f(x) = 2$$

$$x = 3 \Rightarrow f(x) = 3$$



پس برد تابع به صورت $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ است که شامل ۷ عضو است.

۴۸ - گزینه ۴

$$2\sqrt{5} = \sqrt{4 \times 5} = \sqrt{20} \Rightarrow \sqrt{16} < \sqrt{20} < \sqrt{25} \Rightarrow 4 < \sqrt{20} < 5 \Rightarrow f(2\sqrt{5}) = 4$$

$$f(6) = 2\sqrt{2}$$

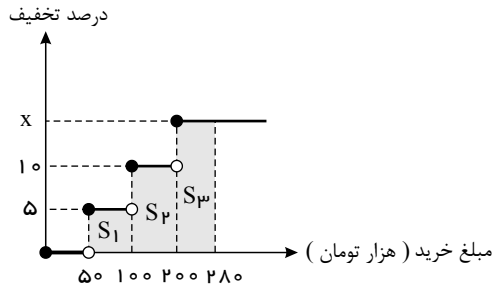
$$\sqrt{4} < \sqrt{6} < \sqrt{9} \Rightarrow 2 < \sqrt{6} < 3 \Rightarrow f(\sqrt{6}) = 2$$

$$\frac{f(2\sqrt{5}) \times f(6)}{f(\sqrt{6})} = \frac{6 \times 2\sqrt{2}}{2} = 6\sqrt{2}$$

۴۹ - گزینه ۳ را یک عدد دلخواه از مجموعه \mathbb{Z} فرض می‌کنیم، مثلاً آن را ۱ فرض می‌کنیم:

$$[2x] + [-2x] = [2 \times (1)] + [-2 \times (1)] = [2] + [-2] = 2 - 2 = 0$$

۵۰ - گزینه ۴ با توجه به نمودار زیر، فرض می‌کنیم درصد تخفیف خرید بالای ۲۰۰ هزار تومان x باشد، در این صورت طبق نمودار زیر داریم:



$$\text{مقدار تخفیف} = S_1 + S_2 + S_3$$

$$\Rightarrow 26900 = (100 - 50) \times 1000 \times \frac{5}{100} + (200 - 100) \times 1000 \times \frac{10}{100} + (280 - 200) \times 1000 \times \frac{x}{100}$$

$$\Rightarrow 26900 = 2500 + 10000 + 800x \Rightarrow 800x = 26900 - 12500 \Rightarrow 800x = 14400 \Rightarrow x = 18$$

۵۱ - گزینه ۲

با توجه به محدوده x داریم:

$$-\frac{2}{3} < x < -\frac{1}{3} \Rightarrow |x| = -x \Rightarrow y = [-2x - x] + x = [-3x] + x$$

$$-\frac{2}{3} < x < -\frac{1}{3} \Rightarrow 2 > -3x > 1 \Rightarrow [-3x] = 1 \Rightarrow y = 1 + x$$

۵۲ - گزینه ۳ تابع f را به صورت زیر می‌توان نوشت:

$$f(x) = [x] + [-x] = \begin{cases} -1, & x \notin \mathbb{Z} \\ 0, & x \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(\sqrt{7}) = -1$$

$$k \in \mathbb{R} \Rightarrow [k] \in \mathbb{Z} \Rightarrow f([k]) = 0$$

$$A = 2 \times (-1) - 0 = -2$$

۵۳ - گزینه ۳ نکته: برای رسم توابع قدرمطلق به صورت $f(x) = |x + a| + b$ نمودار مختصاتی $f(x) = |x|$ را به اندازه $-a$ واحد در راستای افقی روی محور x و $+b$ واحد در راستای قائم روی محور y منتقل می‌کنیم.

با توجه به نکته بالا نمودار مختصاتی تابع به اندازه -1 واحد روی محور x و به اندازه -1 واحد روی محور y منتقل شده است؛ پس ضابطه آن به صورت $y = |x + 1| - 1$ است.

۵۴ - گزینه ۴

$$y = |ax - b| \rightarrow A \Big|_6^0 \rightarrow 6 = |a(6) - b| \rightarrow |b| = 6 \rightarrow b = \pm 6 \rightarrow |b| = 6$$

$$B \Big|_0^3 \rightarrow 0 = |3a - b| \rightarrow 3a - b = 0 \rightarrow 3a = b \rightarrow a = \frac{b}{3} \rightarrow a = \frac{\pm 6}{3} = \pm 2 \rightarrow |a| = 2$$

$$\Rightarrow |a| + |b| = 2 + 6 = 8$$

۵۵ - گزینه ۲ با توجه به نمودار به ازای $x > 1$ نمودار تابع خطی است که از دو نقطه $A(1, 2)$ و $B(2, 0)$ می‌گذرد که ضابطه آن به صورت زیر بدست می‌آید:

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \Rightarrow m_{AB} = \frac{0 - 2}{2 - 1} = \frac{-2}{1} = -2$$

$$y - y_B = m_{AB}(x - x_B) \Rightarrow y - 0 = -2(x - 2) \Rightarrow y = -2x + 4$$

با توجه به نمودار به ازای $-1 \leq x \leq 1$ ضابطه تابع به صورت $|2|x||$ می‌باشد و به ازای $x < -1$ نمودار تابع خطی است که از دو نقطه $D(-1, 2)$ و $C(-3, 0)$ می‌گذرد، داریم:

$$m_{CD} = \frac{y_C - y_D}{x_C - x_D} \Rightarrow m_{CD} = \frac{0 - 2}{-3 - (-1)} = \frac{-2}{-2} = 1$$

$$y - y_D = m_{CD}(x - x_D) \Rightarrow y - 0 = 1(x - (-3)) \Rightarrow y = x + 3$$

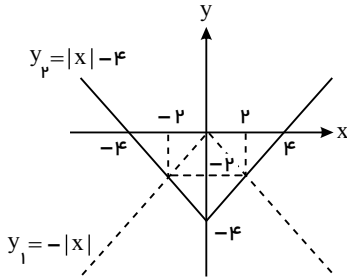
پس ضابطه تابع به صورت $f(x) = \begin{cases} -2x + 4 & , x > 1 \\ 2|x| & , -1 \leq x \leq 1 \\ x + 3 & , x < -1 \end{cases}$ است.

۵۶ - گزینه ۴ روش اول: در نقطه برخورد این دو نمودار خواهیم داشت: $|x| - 4 = -|x|$ یعنی:

$$2|x| = 4 \Rightarrow |x| = 2 \Rightarrow y = -|x| = -2$$

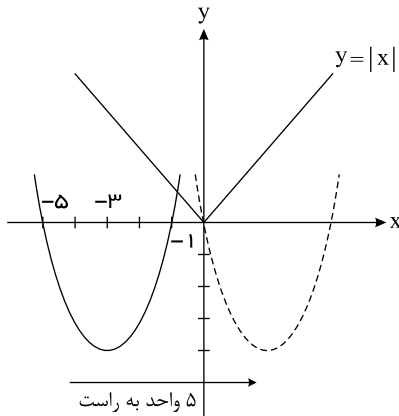
بنابراین عرض نقطه تقاطع ۲ - است.

روش دوم: نمودار دو تابع را یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم:



۵۷ - گزینه ۴

نمودار دو تابع را در یک دستگاه محوره‌ای مختصات رسم می‌کنیم:



x	-4	-3	-2	-1
$y = x^2 + 6x + 5$	-3	-4	-3	0

$$x = -\frac{b}{2a} = \frac{-6}{2} = -3$$

باید نمودار سهمی را حداقل ۵ واحد به سمت راست انتقال دهیم تا دو نمودار در دو نقطه با طول‌های نامنفی یکدیگر را قطع کنند.

۵۸ - گزینه ۳ با توجه به شرط‌های هر ضابطه داریم:

$$-\sqrt{2} + 1 \approx -1/4 + 1 = 0.75$$

$$f(-\sqrt{2}) = [-\sqrt{2} + 1] = [0.75] = 1$$

$$f\left(\frac{2}{3}\right) = \left| -3 \times \frac{2}{3} + 1 \right| = \left| -2 + 1 \right| = \left| -1 \right| = 1$$

$$\Rightarrow \frac{f(-\sqrt{2})}{f\left(\frac{2}{3}\right)} = \frac{1}{1} = 1$$

$$f = \{(-1, 0), (2, 5), (0, -4)\} \Rightarrow D_f = \{-1, 2, 0\}$$

$$g = \{(0, -1), (2, -5), (1, 3)\} \Rightarrow D_g = \{0, 2, 1\}$$

$$D_{f+g} = D_f \cap D_g = \{-1, 2, 0\} \cap \{0, 2, 1\} = \{0, 2\}$$

$$f + g = \{(0, -4 + (-1)), (2, 5 + (-5))\} = \{(0, -5), (2, 0)\}$$

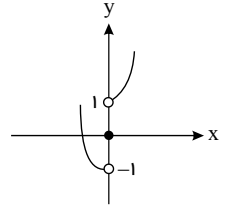
۵۹ - گزینه ۱

کافی است ضابطه‌ها را بنویسیم و سپس باهم جمع کنیم:

$$f(x) = x^2$$

$$g(x) = \begin{cases} 1 & , x > 0 \\ 0 & , x = 0 \\ -1 & , x < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (f+g)(x) = f(x) + g(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & , x > 0 \\ x^2 & , x = 0 \\ x^2 - 1 & , x < 0 \end{cases}$$



۶۱ - گزینه ۲ ابتدا با توجه به ضابطه دو تابع $f_1(x)$ و $f_2(x)$ مقادیر این دو تابع را به ازای $x = 3$ به دست می‌آوریم:

$$f_1(x) = x^2 + 1 \Rightarrow f_1(3) = 3^2 + 1 = 9 + 1 = 10$$

$$f_2(x) = x - 2 \Rightarrow f_2(3) = 3 - 2 = 1$$

حال با داشتن $f_1(3) = 10$ و $f_2(3) = 1$ مقادیر سایر توابع را در $x = 3$ به دست می‌آوریم:

$$f_3(3) = f_1(3) + f_2(3) = 10 + 1 = 11$$

$$f_4(3) = f_2(3) - f_1(3) = 1 - 10 = -9$$

$$f_5(3) = f_1(3) \times f_2(3) = 10 \times 1 = 10$$

$$f_6(3) = \frac{f_1(3)}{f_2(3)} = \frac{10}{1} = 10$$

$$f_7(3) = \frac{f_2(3)}{f_1(3)} = \frac{1}{10} = \frac{1}{10}$$

$$f_8(3) = \frac{f_3(3)}{f_6(3)} = \frac{11}{10}$$

حال با توجه به مقادیر به دست آمده مقادیر هر دو کفه را مشخص می‌کنیم.

کفه سمت راست:

$$\frac{f_2}{f_8} = \frac{1}{\frac{11}{10}} = \frac{10}{11}, \quad f_6 + f_1 = 10 + 10 = 20$$

$$\left| \frac{f_2}{f_6} \right| = \left| \frac{-9}{10} \right| = \frac{9}{10}$$

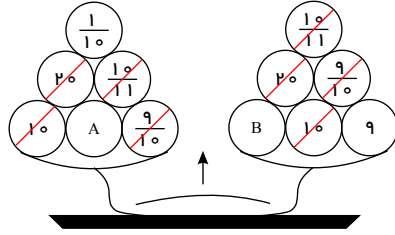
$$f_1 - f_2 = 10 - 1 = 9, \quad f_1 = 10$$

کفه سمت چپ:

$$f_8 - f_2 = \frac{11}{10} - 1 = \frac{1}{10}, \quad f_5 + f_6 = 10 + 10 = 20$$

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{10}{1}, \quad f_3 - f_2 = 11 - 1 = 10, \quad \left| \frac{f_2}{f_7} \right| = \left| \frac{1}{-\frac{10}{9}} \right| = \left| -\frac{9}{10} \right| = \frac{9}{10}$$

حال با کنار گذاشتن مقادیر مساوی در دو کفه داریم:



در این صورت مقدار A برابر ۹ و مقدار B برابر $\frac{1}{10}$ است. با توجه به گزینه‌ها داریم:

$$A = |f_{\frac{1}{10}}|, \quad B = \frac{f_{\frac{1}{11}}}{f_{\frac{1}{10}}}$$

۶۲ - گزینه ۱ باید $f(x)$ و $g(x)$ را به صورت چندضابطه‌ای نوشته و سپس با توجه به دامنه‌های مشترک، عملیات جبری بین آن‌ها را انجام دهیم:

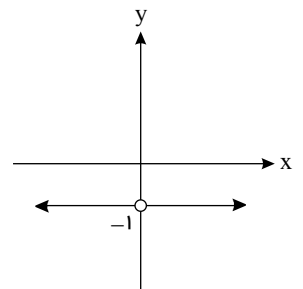
$$f(x) = |x| + 2 = \begin{cases} x + 2, & x > 0 \\ 2, & x = 0 \\ -x + 2, & x < 0 \end{cases}$$

$$g(x) = \operatorname{sgn}(x) + 1 = \begin{cases} 2, & x > 0 \\ 1, & x = 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y = (f - g)(x) = \begin{cases} x, & x > 0 \\ 1, & x = 0 \\ -x + 2, & x < 0 \end{cases}$$

$$\frac{g}{f} = \frac{|x|}{-|x|} = \begin{cases} \frac{x}{-x} = -1, & x > 0 \\ \frac{-x}{x} = -1, & x < 0 \end{cases}$$

۶۳ - گزینه ۲



دقت کنید تابع $\frac{f}{g}$ در $x = 0$ تعریف نمی‌شود.

۶۴ - گزینه ۲ با توجه به نمودار درختی داریم:

$$f_{\frac{1}{10}}(x) = 2(x + 1) - (x - 1) = 2x + 2 - x + 1 = x + 3$$

$$f_{\frac{1}{11}}(x) = (x + 1)(x - 1) = x^2 - 1$$

$$f_{\frac{1}{10}}(x) = (x + 3) + (x^2 - 1) = x^2 + x + 2$$

۶۵ - گزینه ۲ در تابع کسری f برای محاسبه دامنه باید مخرج کسر مخالف صفر باشد و در تابع g برای محاسبه دامنه باید عبارت زیر رادیکال بزرگ‌تر یا مساوی صفر باشد.

$$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x | g(x) = 0\}$$

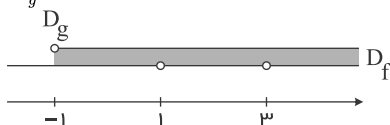
$$f(x) = \frac{3x + 1}{x^2 - 4x + 3} \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow (x - 1)(x - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

$$D_f = \mathbb{R} - \{1, 3\}$$

$$g(x) = \sqrt{x + 1} \Rightarrow x + 1 \geq 0 \Rightarrow x \geq -1 \Rightarrow D_g = \{x | x \geq -1\}$$

$$g(x) = 0 \Rightarrow \sqrt{x + 1} = 0 \Rightarrow x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$$

$$D_{\frac{f}{g}} = \{x | x \geq -1\} - \{-1, 1, 3\} = \{x | x > -1\} - \{1, 3\}$$



بنابراین دامنه $\frac{f}{g}$ شامل دو عدد حسابی ۱ و ۳ نمی‌شود.

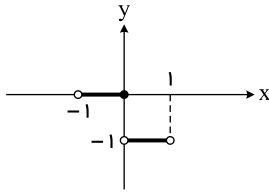
۶۶ - گزینه ۴ اشتراک دامنه‌ها همان دامنه f است. حالا به خاطر وجود جزء صحیح دامنه $-1 < x < 1$ را به سه قسمت تقسیم می‌کنیم:

$$-1 < x < 0 \Rightarrow [x] = -1, \text{sign}(x) = -1 \Rightarrow f - g = (-1) - (-1) = 0$$

$$0 < x < 1 \Rightarrow [x] = 0, \text{sign}(x) = 1 \Rightarrow f - g = 0 - 1 = -1$$

$$x = 0 \Rightarrow [x] = 0, \text{sign}(x) = 0 \Rightarrow f - g = 0 - 0 = 0$$

بنابراین نمودار $f - g$ به صورت زیر است:



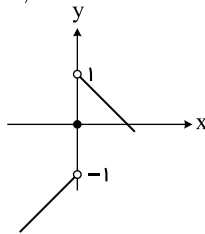
۶۷ - گزینه ۴ اگر دو تابع f و g را به صورت چندضابطه‌ای بنویسیم داریم:

$$f(x) = \text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & , x > 0 \\ 0 & , x = 0 \\ -1 & , x < 0 \end{cases}, \quad g(x) = |x| = \begin{cases} x & , x > 0 \\ 0 & , x = 0 \\ -x & , x < 0 \end{cases}$$

حال اگر ضابطه $f - g$ را به دست آوریم:

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x) = \begin{cases} 1 - x & , x > 0 \\ 0 & , x = 0 \\ -1 + x & , x < 0 \end{cases}$$

و اگر نمودار $f - g$ را رسم کنیم داریم:



۶۸ - گزینه ۱ نکته: خط فقر، حداقل درآمدی است که برای زندگی یک نفر در یک ماه مورد نیاز است.

خط فقر برابر نصف میانگین یا نصف میانه درآمد ماهیانه افراد جامعه است.

با توجه به اینکه داده دورافتاده نداریم و میانگین درآمد خانوارها را داریم، می‌توانیم با تقسیم بر ۲ کردن آن حداقل درآمد برای قرار نگرفتن زیر خط فقر را محاسبه کنیم.

$$\text{displaystyle} 28000000 \div 2 = 14000000$$

۶۹ - گزینه ۱ تورم را برای کالاها حساب می‌کنیم:

$$A \text{ تورم} = \frac{140 - 100}{100} \times 100 = 40 \text{ درصد}$$

$$B \text{ تورم} = \frac{300 - 120}{120} \times 100 = 150 \text{ درصد}$$

$$C \text{ تورم} = \frac{425 - 150}{150} \times 100 \simeq 183 \text{ درصد}$$

$$D \text{ تورم} = \frac{250 - 180}{180} \times 100 \simeq 39 \text{ درصد}$$

بنابراین تورم C بیشترین مقدار و بعد از آن B و سپس A و در نهایت D کمترین تورم دارد.

۷۰ - گزینه ۲ خط فقر برحسب میانگین ۱٫۵ است، پس میانگین درآمدها ۳ است.

$$3 = \frac{x + 2 + 2,5 + 5 + 2 + 4,5 + 3}{7} \Rightarrow 21 = x + 19 \Rightarrow x = 2$$

۷۱ - گزینه ۱ چون در بین داده‌ها، داده دورافتاده داریم. برای به دست آوردن خط فقر بهتر است از روش میانه استفاده کنیم؛ داریم:

$$\text{خط فقر} = \frac{\text{میانه}}{2} = \frac{6}{2} = 3 \text{ میلیون تومان}$$

۷۲ - گزینه ۲

با توجه به فرمول نرخ بیکاری داریم: (x را جمعیت بیکار در نظر می‌گیریم).

$$\text{نرخ بیکاری} = \frac{\text{جمعیت بیکار}}{\text{جمعیت فعال}} \times 100 \Rightarrow 5 = \frac{x}{75000} \times 100 \Rightarrow x = 3750$$

$$\text{جمعیت شاغل} = 75000 - 3750 = 71250$$



با توجه به جدول تعداد بیکاران هر شهر را محاسبه کرده و نرخ بیکاری را محاسبه می‌کنیم:

تعداد بیکاران بین ۱۶ تا ۶۵ + تعداد شاغلین بین ۱۶ تا ۶۵ = جمعیت فعال

$$A \Rightarrow \text{تعداد بیکاران} = ۷۰۰۰۰ \Rightarrow \text{تعداد بیکاران} + ۲۳۰۰۰۰ = ۳۰۰۰۰۰ = \text{جمعیت فعال } A$$

$$B \Rightarrow \text{تعداد بیکاران} = ۴۰۰۰۰ \Rightarrow \text{تعداد بیکاران} + ۱۶۰۰۰۰ = ۲۰۰۰۰۰ = \text{جمعیت فعال } B$$

$$\text{نرخ بیکاری } A = \frac{۷۰۰۰۰}{۳۰۰۰۰۰} \times ۱۰۰ \approx ۲۳\%$$

$$\text{نرخ بیکاری } B = \frac{۴۰۰۰۰}{۲۰۰۰۰۰} \times ۱۰۰ = ۲۰\%$$

$$\text{اختلاف خواسته شده} = ۲۳\% - ۲۰\% = ۳\%$$

چون خط فقر به روش میانه برابر ۱ میلیون تومان است. پس میانه برابر ۲ میلیون تومان است. چون تعداد داده‌ها ۱۰ تا است. پس میانه برابر میانگین دو داده پنجم و ششم است. پس:

$$1, 1, 1, 2, \underbrace{2, x}_{\text{میانه}}, 3, 3, 3, 4$$

$$\frac{2+x}{2} = \text{میانه}$$

$$M = \frac{\text{میانه}}{2} \Rightarrow 1 = \frac{2+x}{2} \Rightarrow 2 = 2+x = 4 \Rightarrow x = 2$$

$$\bar{x} = \frac{1+1+1+2+2+2+3+3+3+4}{10} = \frac{22}{10} = 2,2 \rightarrow \text{خط فقر به روش میانگین} = \frac{\bar{x}}{2} = 1,1$$

با توجه به رابطه شاخص توده بدنی داریم:

$$BMI_{(علی)} = \frac{\text{وزن علی}}{(\text{قد علی})^2} = \frac{\text{وزن علی}}{(1,1 \times \text{محسن})^2} = \frac{\text{وزن علی}}{(1,1 \times 1,2 \times \text{امیر})^2} = \frac{\text{وزن علی}}{(1,32 \times \text{امیر})^2} = \frac{\text{وزن امیر}}{(1,32)^2 \times (\text{قد امیر})^2} = \frac{1}{(1,32)^2} \times BMI_{(امیر)}$$

گزینه ۳ در نمودار جعبه‌ای متن سوال، میانه برابر ۱۰ است، پس خط فقر به کمک میانه برابر خواهد بود با:

$$\text{خط فقر} = \frac{\text{میانه}}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$\text{دامنه میان چارکی} = Q_3 - Q_1 = 12 - 4 = 8 \Rightarrow \frac{\text{خط فقر}}{\text{دامنه میان چارکی}} = \frac{5}{8}$$

گزینه ۴ چون خط فقر برابر ۳٫۵ است، پس میانگین درآمدها دو برابر آن یعنی برابر $\bar{x} = 7$ است. در نتیجه:

$$\bar{x} = \frac{19 + 8,2 + 1,8 + 2,2 + 6 + 13 + 3,4 + 3,4 + a + 6,2 + 10 + 4,8}{12} = 7 \Rightarrow a + 78 = 84 \Rightarrow a = 6$$

داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

$$1,8, 2,2, 3,4, 3,4, 4,8, \underbrace{6,6}_{\text{میانه}}, 6,2, 8,2, 10, 13, 19 \Rightarrow \frac{\text{خط فقر (نصف میانه)}}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

دو نفر با درآمد ۲٫۲ و ۱٫۸ زیر خط فقر هستند.

گزینه ۷۸ - ابتدا میانگین داده‌های x و y را مشخص می‌کنیم.

$$\bar{x} = \frac{8 + 10 + 12 + 14}{4} = 11$$

$$\bar{y} = \frac{250 + 350 + 200 + 300}{4} = 275$$

سپس معادله خط گذرنده از $(11, 275)$ و $(14, 300)$ را مشخص می‌کنیم:

$$m = \frac{300 - 275}{14 - 11} = \frac{25}{3}$$

سپس با قرار دادن نقطه $(14, 300)$ در معادله کلی خط با شیب $\frac{25}{3}$ داریم:

$$y = \frac{25}{3}x + b \Rightarrow 300 = \frac{25}{3} \times 14 + b$$



$$\Rightarrow b = 300 - \frac{350}{3} = \frac{550}{3}$$

پس معادله خط به صورت $y = \frac{25}{3}x + \frac{550}{3}$ خواهد بود.

۷۹ - گزینه ۴ تکرار یک ویژگی در سری زمانی را الگو می‌نامند.

۸۰ - گزینه ۴ می‌دانیم M و A و B باید روی خط مستقیم قرار داشته باشند. فقط در گزینه ۴، چنین شرایطی داریم.

۸۱ - گزینه ۱ برای درون‌یابی خطی در ساعت ۱۰٫۵ ابتدا با استفاده از نقاط $(10, 150)$ و $(11, 190)$ تابع خطی را می‌نویسیم.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{190 - 150}{11 - 10} = 40$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 150 = 40(x - 10) \xrightarrow{x=10.5} y - 150 = 40(10.5 - 10) \Rightarrow y - 150 = 40(0.5) \Rightarrow y = 150 + 20 = 170$$

۸۲ - گزینه ۴ ساعت ۹ بین بازه زمانی ۷ تا ۱۰ است با توجه به مختصات دو نقطه $A(7, 0)$ و $B(10, 10)$ داریم:

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{10 - 0}{10 - 7} = \frac{10}{3}$$

$$y - y_A = m_{AB}(x - x_A) \Rightarrow y - 0 = \frac{10}{3}(x - 7) \xrightarrow{x=9} y = \frac{10}{3} \times 2 = \frac{20}{3} = 6.7 \text{ کیلوگرم}$$

۸۳ - گزینه ۱

$$\bar{x} = \frac{10 + 12 + 14 + 16}{4} = 13$$

$$y = \frac{120 + 100 + 170 + 210}{4} = 150$$

معادله خط گذرنده از دو نقطه $(16, 210)$ و $(13, 150)$ را می‌نویسیم:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{210 - 150}{16 - 13} = 20$$

$$y = mx + b = 20x + b \xrightarrow{(16, 210)} 210 = 320 + b \Rightarrow b = -110$$

پس معادله خط به شکل $y = 20x - 110$ است. مقدار آن را به ازای $x = 17$ حساب می‌کنیم:

$$y = 20 \times 17 - 110 = 230$$

پاسخنامه کلیدی

۱ - ۲	۱۳ - ۱	۲۵ - ۲	۳۷ - ۱	۴۹ - ۳	۶۱ - ۲	۷۳ - ۴
۲ - ۳	۱۴ - ۱	۲۶ - ۳	۳۸ - ۲	۵۰ - ۴	۶۲ - ۱	۷۴ - ۱
۳ - ۳	۱۵ - ۲	۲۷ - ۱	۳۹ - ۱	۵۱ - ۲	۶۳ - ۲	۷۵ - ۴
۴ - ۴	۱۶ - ۲	۲۸ - ۴	۴۰ - ۳	۵۲ - ۳	۶۴ - ۲	۷۶ - ۳
۵ - ۱	۱۷ - ۴	۲۹ - ۱	۴۱ - ۲	۵۳ - ۳	۶۵ - ۲	۷۷ - ۴
۶ - ۲	۱۸ - ۴	۳۰ - ۴	۴۲ - ۲	۵۴ - ۴	۶۶ - ۴	۷۸ - ۱
۷ - ۲	۱۹ - ۴	۳۱ - ۴	۴۳ - ۳	۵۵ - ۲	۶۷ - ۴	۷۹ - ۴
۸ - ۴	۲۰ - ۳	۳۲ - ۳	۴۴ - ۳	۵۶ - ۴	۶۸ - ۱	۸۰ - ۴
۹ - ۳	۲۱ - ۳	۳۳ - ۴	۴۵ - ۲	۵۷ - ۴	۶۹ - ۱	۸۱ - ۱
۱۰ - ۲	۲۲ - ۲	۳۴ - ۳	۴۶ - ۳	۵۸ - ۳	۷۰ - ۲	۸۲ - ۴
۱۱ - ۱	۲۳ - ۴	۳۵ - ۲	۴۷ - ۲	۵۹ - ۱	۷۱ - ۱	۸۳ - ۱
۱۲ - ۴	۲۴ - ۲	۳۶ - ۲	۴۸ - ۴	۶۰ - ۴	۷۲ - ۲	