



۱- هیچ دو نفری از چهار برادر  $A, B, C$  و  $D$  هم‌قد نیستند. آن‌ها این گزاره‌ها را گفته‌اند:

$A$ : من نه از بقیه بلندترم و نه از بقیه کوتاه‌ترم.

$B$ : من کوتاه‌ترین نیستم.

$C$ : من بلندترین هستم.

$D$ : من کوتاه‌ترین هستم.

دقیقاً یکی از آن‌ها دروغ می‌گوید. قد کدامشان از بقیه بلندتر است؟

①  $A$       ②  $B$       ③  $C$       ④  $D$

۲- اگر  $A, B, C$  سه مجموعه با شرایط  $A \cup B \subseteq C$  و  $B \cup C \subseteq A'$  باشند، کدام نتیجه‌گیری صحیح است؟

①  $A = C$       ②  $B = C$       ③  $C = \emptyset$       ④  $A = \emptyset$

۳- اگر  $A_n = \{m \in \mathbb{Z} | m \geq -n, 2^m \leq n\}, n \in \mathbb{N}$ ، آن‌گاه مجموعه  $A_m \cap A_n$  چند زیرمجموعه دارد؟

① ۸      ② ۱۶      ③ ۳۲      ④ ۳۶

۴- اگر  $A = \{a, b, \{a\}, \{a, b\}\}$  و  $B = \{a, b\}$ ، مجموعه  $A - \{B\}$  چند زیرمجموعه غیر تهی دارد؟ (با تغییر)

① ۲      ② ۱۴      ③ ۶      ④ ۷

۵- دو مجموعه  $A = \{2k - 1 | k = 0, 1, 2\}$  و  $B = \{m^2 - 2m | m = -1, 0, 1\}$  مفروض‌اند. مجموعه  $A \cup B$  را به چند طریق می‌توان افزایش کرد به گونه‌ای که هیچ دو

عدد مثبتی در یک زیرمجموعه قرار نگیرد؟

① ۶      ② ۸      ③ ۹      ④ ۱۰

۶- چه تعداد از گزاره‌های سوری زیر دارای ارزش درست هستند؟

الف)  $\exists x \in \mathbb{R}; |x + \frac{1}{x}| < 2$       ب)  $\forall x \in \mathbb{R}; \frac{\cos^2 x - 1}{\sin^2 x} = -1$

ج)  $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}; x + y = 0$       د)  $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}, x < y$

① ۴      ② ۳      ③ ۲      ④ ۱

۷- مجموعه‌های  $A, B, C$  و  $D$  را در نظر بگیرید، تعداد اعضای  $C$ ، دو واحد بیشتر از  $A$  و تعداد اعضای  $D$ ، سه واحد کمتر از  $B$  است. اگر تعداد اعضای مجموعه  $C \times B$ ، ۲۵٪

بیشتر از تعداد اعضای مجموعه  $A \times B$  و  $1/5$  برابر تعداد اعضای مجموعه  $A \times D$  باشد، اختلاف تعداد اعضای مجموعه‌های  $A$  و  $B$  چقدر است؟

① ۲      ② ۵      ③ ۷      ④ ۱۰

۸- نقیض گزارهٔ «برای هر عدد طبیعی  $n$ ، اگر  $n$  عدد اول باشد، آن‌گاه  $n = 6k \pm 1$  است»، کدام یک از گزاره‌های زیر است؟ ( $k \in \mathbb{Z}$ )

① عددی طبیعی مانند  $n$  وجود دارد که  $n$  عدد اول نیست و  $n = 6k \pm 1$  است.      ② عددی طبیعی مانند  $n$  وجود دارد که  $n$  عدد اول است و  $n \neq 6k \pm 1$  است.

③ برای هر عدد طبیعی  $n$ ،  $n$  عدد اول است و  $n \neq 6k \pm 1$  است.      ④ برای هر عدد طبیعی  $n$ ،  $n$  عدد اول نیست و  $n = 6k \pm 1$  است.

۹- اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه باشند و  $(A - B) \cup (B - A) \cup (A \cap B) = B$ ، آن‌گاه کدام گزینه همواره درست است؟

①  $B \subseteq A$       ②  $B - A = B$       ③  $B' - A' = A$       ④  $A' \cap B' = B'$

۱۰- گزارهٔ مرکب «اگر بهروز در آزمون کنکور رتبهٔ زیر ۱۰۰ کسب کند آن‌گاه در رشتهٔ مهندسی برق دانشگاه تهران پذیرفته می‌شود» با کدام گزارهٔ زیر هم‌ارز منطقی است؟

① اگر بهروز در آزمون کنکور رتبهٔ زیر ۱۰۰ کسب نکند آن‌گاه در رشتهٔ مهندسی برق دانشگاه تهران پذیرفته نمی‌شود.

② بهروز در آزمون کنکور رتبهٔ زیر ۱۰۰ کسب کرد و در رشتهٔ مهندسی برق دانشگاه تهران پذیرفته شد.

③ بهروز در آزمون کنکور رتبهٔ زیر ۱۰۰ کسب نمی‌کند یا در رشتهٔ مهندسی برق دانشگاه تهران پذیرفته می‌شود.

④ بهروز در آزمون کنکور رتبهٔ زیر ۱۰۰ کسب می‌کند یا در رشتهٔ مهندسی برق دانشگاه تهران پذیرفته نمی‌شود.



۱- احتمال قفل بودن یک در  $\frac{1}{3}$  است و سه قفل دارد و کلید این قفلها جزو ۱۵ کلید دسته کلید موجود در قفسه است. ۴ کلید به تصادف از قفسه برمی داریم و به سوی درب می رویم. احتمال عبور کردن از در چقدر است؟

- ①  $\frac{1361}{1365}$       ②  $\frac{4}{1365}$       ③  $\frac{914}{1365}$       ④  $\frac{451}{1365}$

۲- کیسه ای شامل سه ظرف است. ظرف اول شامل ۸ مهره قرمز و ۹ مهره آبی است. ظرف دوم شامل ۱۳ مهره قرمز و ۱۲ مهره آبی است و ظرف سوم ۴ مهره سفید دارد. اگر یک ظرف به تصادف انتخاب کنیم و از آن یک مهره برداریم احتمال وجود کدام رنگ بیشتر است؟

- ① آبی      ② قرمز      ③ سفید      ④ هر سه یکسان است.

۳- تاس سالمی را پرتاب می کنیم اگر زوج ظاهر شد دو تاس دیگر و اگر فرد ظاهر شد یک تاس دیگر پرتاب می کنیم، احتمال اینکه مجموع تاس های پرتاب شده (در بعضی حالات دو تاس و بعضی حالات سه تاس) برابر ۷ باشد چقدر است؟

- ①  $\frac{9}{216}$       ②  $\frac{22}{216}$       ③  $\frac{24}{216}$       ④  $\frac{26}{216}$

۴- تاس سالمی را سه بار می ریزیم. احتمال آنکه در هر بار عددی متمایز بیاید چقدر است؟

- ①  $\frac{5}{18}$       ②  $\frac{6}{18}$       ③  $\frac{7}{18}$       ④  $\frac{10}{18}$

۵- مجموعه  $S = \{x, y, z, t, w\}$  فضای نمونه ای یک آزمایش تصادفی و  $A = \{x, y\}$ ،  $B = \{x, y, z, t\}$  و  $C = \{x, y, w\}$  سه پیشامد از  $S$  هستند. اگر  $P(A) = \frac{1}{7}$  و  $P(B) = \frac{3}{5}$  باشد، مقدار  $P(C)$  کدام است؟

- ①  $\frac{24}{35}$       ②  $\frac{16}{35}$       ③  $\frac{19}{35}$       ④  $\frac{11}{35}$

۶- در پرتاب یک تاس، احتمال وقوع هر عدد زوج دو برابر احتمال وقوع هر عدد فرد است. این تاس را پرتاب می کنیم. اگر زوج بیاید، دو سکه و اگر فرد بیاید سه سکه پرتاب می کنیم. با کدام احتمال در پرتاب سکه ها، تعداد «رو» از تعداد «پشت» بیشتر است؟

- ①  $\frac{1}{3}$       ②  $\frac{3}{8}$       ③  $\frac{5}{12}$       ④  $\frac{3}{4}$

۷- در پرتاب دو تاس، مجموع دو عدد رو شده، عددی اول است. به چه احتمال هر دو عدد رو شده، عدد اول هستند؟

- ①  $\frac{7}{15}$       ②  $\frac{1}{5}$       ③  $\frac{2}{5}$       ④  $\frac{4}{15}$

۸- از مجموعه  $\{1, 2, 3, \dots, 500\}$  عددی به تصادف انتخاب می کنیم. با چه احتمالی این عدد مضرب ۴ است ولی مضرب ۶ نیست؟

- ①  $0,162$       ②  $0,168$       ③  $0,172$       ④  $0,178$

۹- ۱۰ توپ مشابه را داخل ۳ جعبه قرار می دهیم. به کدام احتمال در جعبه اول دست کم ۳ توپ قرار دارد؟

- ①  $\frac{6}{11}$       ②  $\frac{7}{11}$       ③  $\frac{8}{11}$       ④  $\frac{9}{11}$

۱۰- دسته ای کارت شامل ۳ کارت دو رو قرمز، ۵ کارت یک رو قرمز، یک رو آبی و ۴ کارت دو رو آبی است. کارتی را به تصادف از این دسته انتخاب و فقط یک روی آن را مشاهده می کنیم. اگر روی مشاهده شده این کار قرمز باشد، با کدام احتمال روی دیگر کارت نیز قرمز است؟

- ①  $\frac{1}{2}$       ②  $\frac{5}{11}$       ③  $\frac{3}{8}$       ④  $\frac{6}{11}$



۱- در ۱۵۰ داده آماری با میانگین ۱۲، به دو برابر هریک از داده‌ها ۳ واحد اضافه می‌کنیم. تا داده‌های جدیدی حاصل شود. ضریب تغییرات داده‌های جدید چند برابر ضریب تغییرات داده‌های قبلی است؟

- ①  $\frac{7}{9}$       ②  $\frac{5}{6}$       ③  $\frac{7}{8}$       ④  $\frac{8}{9}$

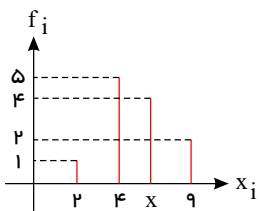
۲- در ۱۲ داده آماری مجموع تمام داده‌ها ۷۲ و مجموع مجزورات آنها ۴۸۰ می‌باشد. ضریب تغییرات این داده‌ها کدام است؟

- ①  $\frac{2}{5}$       ②  $\frac{2}{9}$       ③  $\frac{1}{3}$       ④  $\frac{1}{4}$

۳- تعداد ۶ داده آماری با میانگین ۱۴ و واریانس ۴ مفروض است. اگر دو داده ۱۲ و ۱۶ به این داده‌ها افزوده شود، واریانس ۸ داده جدید کدام است؟

- ①  $3,8$       ②  $4$       ③  $4,2$       ④  $4,5$

۴- نمودار میله‌ای تعدادی داده‌ی آماری دسته‌بندی شده به صورت زیر است. اگر میانگین این داده‌ها  $\frac{1}{2}$  واحد از میانه بیش‌تر باشد،  $x$  کدام است؟



- ①  $5$       ②  $6$   
③  $7$       ④  $8$

۵- از داده‌های زیر حداقل چند داده باید حذف کنیم تا میانگین داده‌های باقی‌مانده کمتر از ۵۰ باشد؟

$1^2, 2^2, 3^2, 4^2, \dots, 20^2$

- ①  $10$       ②  $9$       ③  $8$       ④  $7$

۶- نمرات درس ریاضی دانش‌آموزان یک کلاس در جدول زیر آمده است. اختلاف میانگین و میانه نمرات کدام است؟

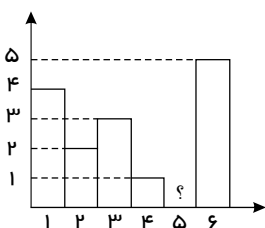
نمره	۷	۱۰	۱۱	۱۳	۱۴	۱۷	۱۹
فراوانی	۱	۲	۲	۱	۳	۴	۲

- ① صفر      ②  $1$       ③  $2$       ④  $3$

۷- مجموع و ضریب تغییرات ۱۲ داده‌ی آماری به ترتیب برابر ۷۲ و  $\frac{1}{3}$  است. اگر داده‌های ۳، ۶ و ۹ به آنان افزوده شود، واریانس ۱۵ داده‌ی جدید کدام است؟

- ①  $4,4$       ②  $4,5$       ③  $4,6$       ④  $4,7$

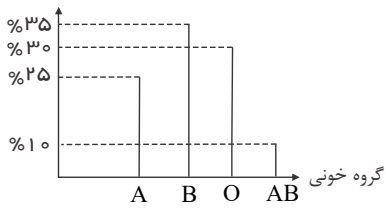
۸- نمودار زیر، نمودار میله‌ای مربوط به تعداد ضربات پنالتی گل‌شده یک بازیکن در شش جلسه تمرین پنالتی است. اگر مُد و میانگین تعداد ضربات گل‌شده باهم برابر باشد، میانه این داده‌ها کدام است؟ (متأسفانه اطلاعی از جلسه تمرین پنجم موجود نیست!)



- ①  $4$       ②  $3$   
③  $2$       ④  $1$

۹- شکل زیر نمودار میله‌ای مربوط به گروه خونی ۲۰ نفر از دانش‌آموزان یک کلاس است. به ترتیب فراوانی مطلق دسته‌ای که بیش‌ترین فراوانی را دارد و فراوانی مطلق دسته‌ی

درصد فراوانی نسبی



A کدام است؟

- ① ۵ و ۶
- ② ۵ و ۷
- ③ ۴ و ۶
- ④ ۴ و ۷

۱۰- دو مثلث متساوی‌الاضلاع به طول ضلع  $a$  و دو مثلث متساوی‌الاضلاع به طول ضلع  $b$  مفروض‌اند ( $a > b$ ). اگر میانگین محیط و مساحت این مثلث‌ها به ترتیب  $18$  و  $10\sqrt{3}$  باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

④ ۱۰

③  $6\sqrt{3}$

② ۸

① ۶



۱- در جامعه‌ای با انحراف معیار  $\sigma$ ، کران بالای فاصله اطمینان بیش از ۹۵ درصد، برابر ۵۱ است. اگر برآورد میانگین ۴۳ باشد، مقدار انحراف معیار برآورد میانگین کدام است؟

- ① ۲      ② ۴      ③ ۸      ④ ۱۶

۲- در نمونه‌گیری تصادفی ساده به اندازه  $n = ۳$  از جامعه  $\{۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶\}$ ، احتمال انتخاب نمونه‌ای که میانگین را ۴ برآورد کند، کدام است؟

- ① ۰٫۲      ② ۰٫۱۵      ③ ۰٫۱      ④ ۰٫۰۵

۳- در نمونه‌گیری طبقه‌ای از جامعه‌ای ۳ طبقه،  $A$ ،  $B$  و  $C$  وجود دارد که به ترتیب ۱۵۴۷، ۱۱۰۵ و ۳۵۳۶ عضو دارند اگر قرار باشد از  $A$ ، ۲۸ عضو، از  $B$ ، ۲۰ عضو و از  $C$ ، ۶۴ عضو انتخاب شود، احتمال این که فرد به خصوصی از طبقه  $A$  انتخاب شود چقدر است؟

- ①  $\frac{۴}{۲۲۱}$       ②  $\frac{۵}{۲۲۱}$       ③  $\frac{۳۰}{۲۲۱}$       ④  $\frac{۳۰}{۱۵۴۷}$

۴- در جامعه‌ای به اندازه  $N$ ، نمونه‌ای به اندازه  $n$  داشته باشیم. در نمونه‌گیری سامانمند احتمال انتخاب هر عضو جامعه به عنوان نمونه چقدر است؟

- ①  $\frac{n_a}{N}$       ②  $\frac{n}{\binom{N}{n}}$       ③  $\frac{1}{\binom{N}{n}}$       ④  $\frac{\binom{n}{1}}{\binom{N}{1}}$

۵- می‌خواهیم از بین ۳۰۰ نفر با شماره‌های ۱ تا ۳۰۰، نمونه‌ای به اندازه ۱۲ با روش سامانمند انتخاب کنیم. احتمال این که نمونه به صورت ۲۸۱، ۰۰۰، ۵۶، ۳۱، ۶ باشد، کدام است؟

- ①  $\frac{1}{12}$       ②  $\frac{1}{25}$       ③ ۰      ④ ۱

۶- در یک شرکت با ۲۷۰ کارمند، مدیر شرکت می‌خواهد تعدادی از کارمندان را برای سفر به دور ایران انتخاب کند. او از روش نمونه‌گیری خوشه‌ای استفاده کرده و این ۲۷۰ نفر را به ۱۵ گروه با تعداد اعضای مساوی تقسیم کرده و از میان این گروه‌ها به تصادف ۴ گروه انتخاب می‌کند تا نمونه تشکیل شود، احتمال این که آقای وزیرزاده که از کارمندان این شرکت است، انتخاب شود چقدر است؟

- ①  $\frac{۴}{۱۵}$       ②  $\frac{1}{۲۷۰}$       ③  $\frac{۳}{۵۴}$       ④  $\frac{1}{۴}$

۷- مقدار یکی از اعضای جامعه‌ای ۸ عضوی را نمی‌دانیم و ۷ عضو بقیه به صورت  $\{۵, ۶, ۷, ۸, ۹, ۱۰, ۱۱\}$  هستند. نمونه‌ای ۲ تایی از جامعه می‌گیریم. اگر احتمال این که میانگین آن نمونه ۷٫۵ شود، برابر  $\frac{1}{v}$  باشد، آن عضوی که نمی‌دانیم چند حالت مختلف می‌تواند داشته باشد؟

- ① ۱      ② ۳      ③ ۵      ④ ۷

۸- در نمونه‌گیری تصادفی ساده از یک ظرف شامل ۶ مهره با شماره‌های ۱ تا ۶، سه مهره با جایگذاری انتخاب می‌کنیم. احتمال این که مهره‌های شماره ۱ و ۶ انتخاب شوند، کدام است؟

- ①  $\frac{1}{۴}$       ②  $\frac{1}{۹}$       ③  $\frac{1}{۸}$       ④  $\frac{۵}{۳۶}$

۹- فرض کنید جامعه‌ای از ۱۲ عضو  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{11}, a_{12}$  تشکیل شده باشد و بخواهیم نمونه‌ای به اندازه ۵ با استفاده از روش نمونه‌گیری تصادفی ساده از آن انتخاب کنیم، اگر نمونه‌گیری بدون جایگذاری باشد، احتمال این که  $a_1, a_2, a_3$  انتخاب شوند، کدام است؟

- ①  $\frac{1}{۲۲}$       ②  $\frac{1}{۴}$       ③  $\frac{۵}{۳۹۶}$       ④  $\frac{۷}{۱۳۲}$

۱۰- کدام گزینه لزوماً درست نیست؟

- ① در نمونه‌گیری سیستماتیک، احتمال انتخاب واحدهای آماری برابر است.      ② در نمونه‌گیری خوشه‌ای، احتمال انتخاب خوشه‌ها برابر است.  
 ③ در نمونه‌گیری طبقه‌ای، از هر طبقه یک نمونه تصادفی ساده انتخاب می‌شود.      ④ در نمونه‌گیری طبقه‌ای، احتمال انتخاب واحدهای آماری برابر است.